Econometria Avançada - 2015-1 Quarta lista de exercícios

Problema 1. Seja $y_t = (y_{1t}, y_{2t})'$ modelado pelo seguinte VAR(1):

$$y_t = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.8 \\ 0.1 & 0.8 \end{pmatrix} y_{t-1} + \epsilon_t$$

onde $\epsilon_t \sim N(0, \Sigma)$, $\Sigma = 100 I_2$ e $y_0 = 0$.

a) Simule $y_1, y_2, \ldots, y_{200}$ seguindo o processo acima;

b) Obtenha previsão h-passos a frente, isto é, $y_{200}(h)$ e respectivos intervalos de 95% de confianças, para $h = 1, 2, \ldots, 20$,

c) Mostre que esse VAR não é estacionário;

Problema 2. Seja $y_t = (y_{1t}, y_{2t})'$ modelado pelo seguinte VAR(1):

$$y_t = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 \end{pmatrix} y_{t-1} + \epsilon_t$$

onde $\epsilon_t \sim N(0, \Sigma)$ e

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 2.25 & 0.30 \\ 0.30 & 0.64 \end{pmatrix},$$

ou seja, erros ϵ_{1t} e ϵ_{2t} dependentes.

a) Encontre l_{21}, λ_1 e λ_2 em

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ l_{21} & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix},$$

tais que $\Sigma = L \Lambda L'$ e, consequentemente, $L^{-1} \Sigma (L')^{-1} = \Lambda$.

b) Derive a forma estrutural (recursiva)

$$L^{-1} y_t = L^{-1} A y_{t-1} + u_t$$

where $u_t \sim N(0, \Lambda)$, isto é, erros (ou *choques*) u_{1t} e u_{2t} independentes.

Problema 3 (Lutkepohl, 2005, Problem 2.3, page 67). In the United States of Wonderland the growth rates of income (GNP) and the money stock (M2) as well as an interest rate (IR) are related as in the following VAR(2) model

$$y_t = \nu + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \epsilon_t$$

or, more explicitly,

$$\begin{pmatrix} \text{GNP}_t \\ \text{M2}_t \\ \text{IR}_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.7 & 0.1 & 0.0 \\ 0.0 & 0.4 & 0.1 \\ 0.9 & 0.0 & 0.8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{GNP}_{t-1} \\ \text{M2}_{t-1} \\ \text{IR}_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.2 & 0.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{GNP}_{t-2} \\ \text{M2}_{t-2} \\ \text{IR}_{t-2} \end{pmatrix} + \epsilon_t$$

where $u_t \sim N(0, \Sigma)$ and

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0.26 & 0.03 & 0.00 \\ 0.03 & 0.09 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 0.81 \end{pmatrix}$$

a) Show that the process $y_t = (\text{GNP}_t, \text{M2}_t, \text{IR}_t)'$ is stable.

b) Determine the mean vector of y_t.

c) Write the process y_t in VAR(1) form.

d) Compute the coefficient matrices $\Phi_1, \ldots, \Phi_5$ of the MA representation of y_t

$$y_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_i u_{t-i}$$

Problema 4: VAR(2) Bivariado com raízes complexas. Vimos em sala que as raízes do modelo VAR(2) bivariado

$$y_t = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.4 & 0.5 \end{pmatrix} y_{t-1} + \begin{pmatrix} 0.0 & 0.0 \\ 0.25 & 0.0 \end{pmatrix} y_{t-2} + \epsilon_t.$$

são 1.3 and the pair of complex roots $3.55 \pm 4.26i$. Simule $n = 1000$ observações desse processo assumindo que $\epsilon_t \sim N(0, \Sigma)$ onde $\Sigma = 100 I_2$ e $y_0 = y_{-1} = 0$. Comente sobre os comportamentos das séries temporais y_{1t} e y_{2t}.