



Mestrado Profissional em Administração

Disciplina: Análise Multivariada

Professor: Hedibert Freitas Lopes

1º trimestre de 2015

Modelagem de Equações Estruturais

Análise Fatorial Confirmatória
Análise de Caminhos

HAIR et al., Cap. 11

Introdução

No exemplo das bebidas, quantos constructos são esperados?

1. A marca tem um sabor refrescante.
2. A prefiro essa marca por ter menos calorias.
3. A marca elimina minha sede imediatamente.
4. Gosto do sabor adocicado da marca.
5. Prefiro consumir a marca após atividade física, pois me dá energia.
6. Prefiro a marca pois vem numa embalagem que não agride o meio ambiente.
7. A marca tem minerais e vitaminas que mantêm baixa a necessidade de água de meu corpo.
8. A marca tem um sabor único.
9. A marca possui uma mistura de minerais e vitaminas que é saudável para o meu corpo.
10. Eu prefiro a marca quando realmente estou com sede.

Introdução

Constructo **Sabor** – relacionado com:

1. A marca tem um sabor refrescante.
4. Gosto do sabor adocicado da marca.
8. A marca tem um sabor único.

Constructo **Saúde** – relacionado com

2. A prefiro essa marca por ter menos calorias.
5. Prefiro consumir a marca após atividade física, pois me dá energia.
9. A marca possui uma mistura de minerais e vitaminas que é saudável para o meu corpo.

Introdução

Constructo **Sede** – relacionado com

3. A marca elimina minha sede imediatamente.
7. A marca tem minerais e vitaminas que mantêm baixa a necessidade de água de meu corpo.
10. Eu prefiro a marca quando realmente estou com sede.

Constructo **Preocupação com o meio-ambiente** – relacionado com

6. Prefiro a marca pois vem numa embalagem que não agride o meio ambiente.

Solução Rotacionada

| Variável | Fatores Rotacionados | | | |
|----------|----------------------|-------------|-------------|-------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| X2 | 0,95 | 0,21 | 0,05 | -0,02 |
| X9 | 0,93 | 0,28 | 0,07 | -0,05 |
| X5 | 0,93 | 0,26 | 0,11 | -0,08 |
| X7 | 0,23 | 0,92 | -0,23 | -0,03 |
| X3 | 0,29 | 0,90 | -0,17 | -0,04 |
| X10 | 0,27 | 0,90 | -0,20 | -0,02 |
| X4 | 0,03 | -0,09 | 0,95 | 0,05 |
| X8 | 0,06 | -0,22 | 0,93 | 0,05 |
| X1 | 0,13 | -0,22 | 0,91 | -0,04 |
| X6 | -0,08 | -0,04 | 0,04 | 0,99 |

Fator 1 = **Saúde**

Fator 2 = **Sede**

Fator 3 = **Sabor**

Fator 4 = **Meio-ambiente**

Os fatores correspondem aos constructos esperados

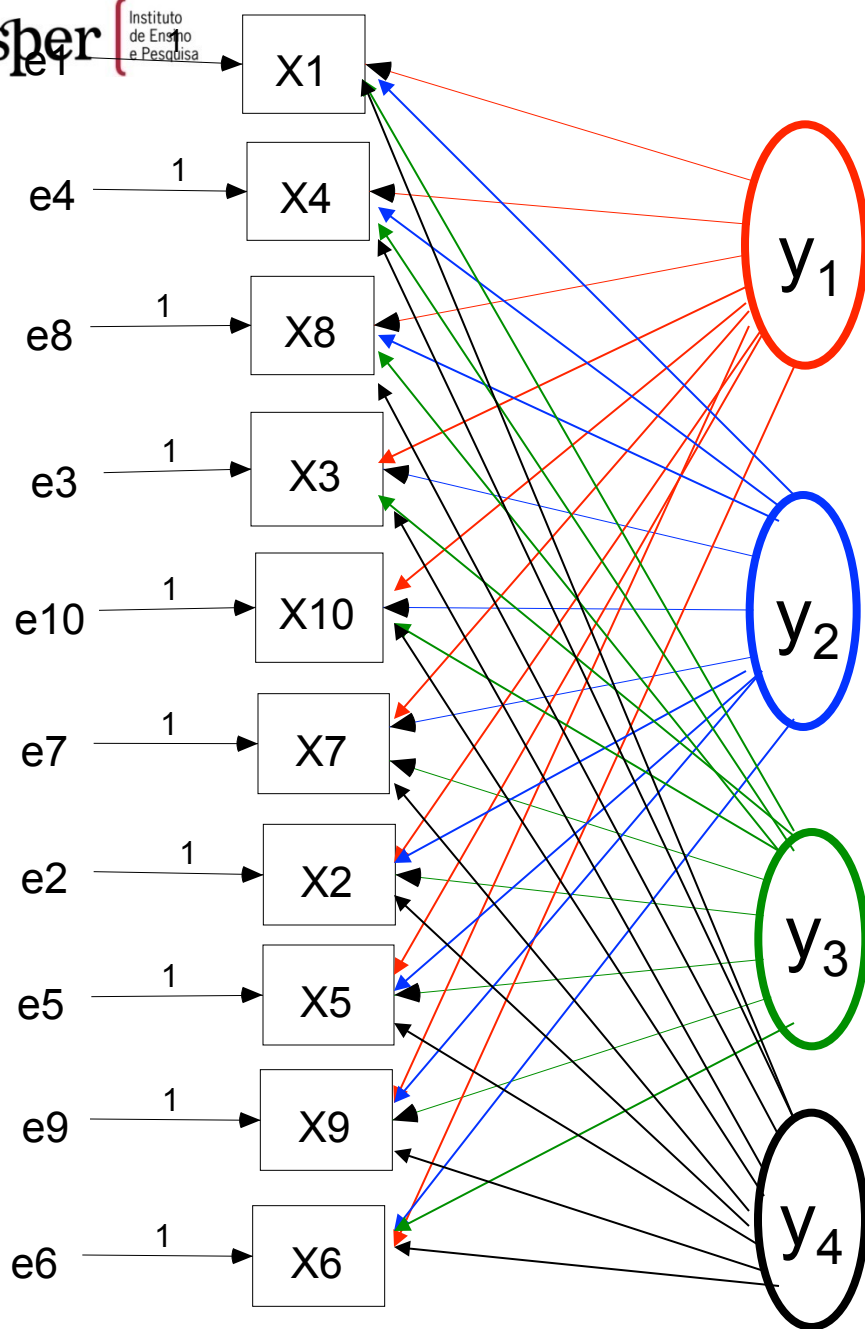


Diagrama de caminho de uma Análise Fatorial Exploratória

Y_1 : Sabor

Y_2 : Sede

Y_3 : Saúde

Y_4 : Ambiente

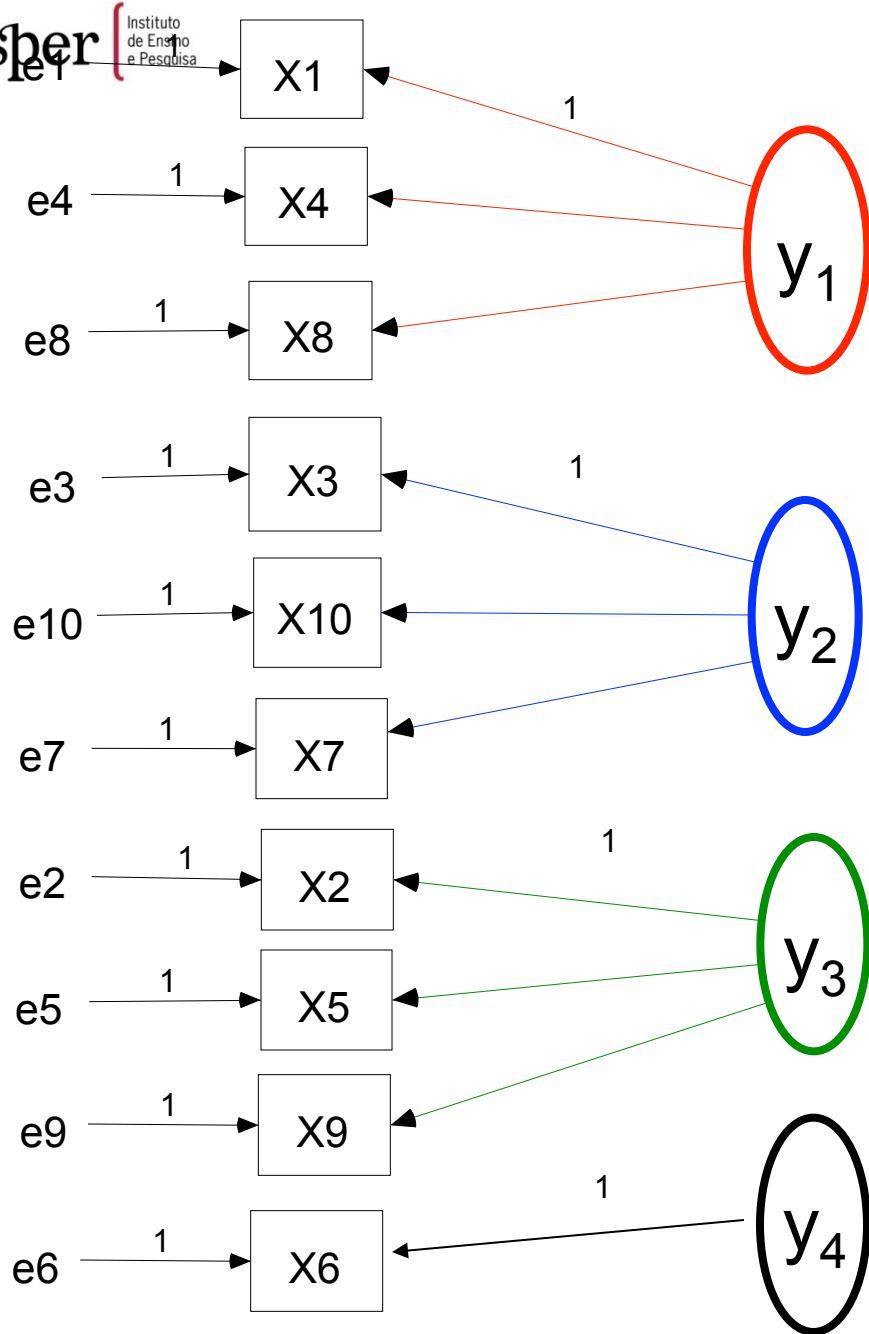


Diagrama de caminho de uma Análise Fatorial Confirmatória

Y₁: Sabor

Y₂: Sede

Y₃: Saúde

Y₄: Ambiente

Como medir os constructos?

Análise fatorial exploratória:

$$X_{ij} = a_{j1} \text{Saúde}_i + a_{j2} \text{Sede}_i + a_{j3} \text{Sabor}_i + a_{j4} \text{Meio}_i + \text{erro}_{ij}$$

Ideal: (Análise fatorial confirmatória)

$$X_{ij} = a_{j1} \text{Saúde}_i + \text{erro}_{ij} \quad \text{se } j = 2,5,9.$$

$$X_{ij} = a_{j2} \text{Sede}_i + \text{erro}_{ij} \quad \text{se } j = 3,7,10.$$

$$X_{ij} = a_{j3} \text{Sabor}_i + \text{erro}_{ij} \quad \text{se } j = 1,4,8.$$

$$X_{i6} = a_{64} \text{Meio}_i + \text{erro}_{i6}$$

Objetivos da Modelagem de Equações Estruturais

- ✓ Fornecer explicações das correlações observadas através de modelos de causa e efeito entre as variáveis.

ASPECTOS GERAIS

- É uma extensão da análise de regressão múltipla e da análise fatorial
- resultou da combinação
 - ⇒ da evolução da modelagem de multiequações desenvolvida principalmente na Econometria
 - ⇒ dos princípios de mensuração da Psicologia e Sociologia
- surgiu em 1970 e foi inspirada no trabalho de Goldberger publicado na *Psychometrica*, 1971

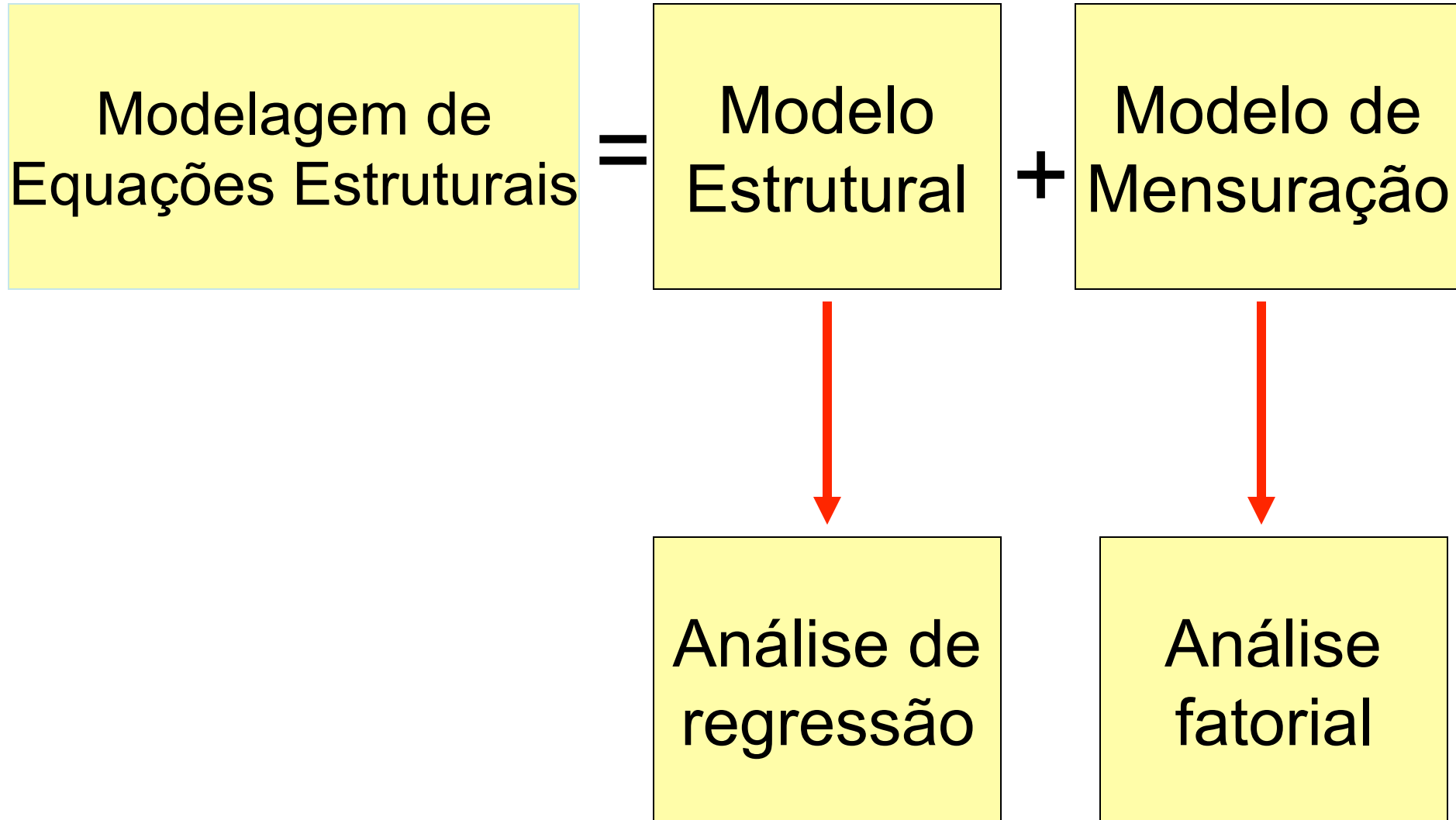


Diagrama de Caminho

- transmite as idéias conceituais básicas do modelo
- fonte para derivação das equações se :
 - : variáveis observadas ; ○ : variáveis latentes (não observadas) ;
sem figura : erros
 - > : influência direta ; <-> : influência recíproca; ↔ : correlação
- variáveis dependentes **recebem** flecha de sentido único
- incluir todas as influências diretas
- as relações causais são lineares

Tipos de variáveis

Variáveis exógenas: constructo ou variável que tem ação somente de preditora ou “causa” para outros constructos ou variáveis do modelo. Num diagrama de caminho, as variáveis exógenas têm somente setas saindo delas.

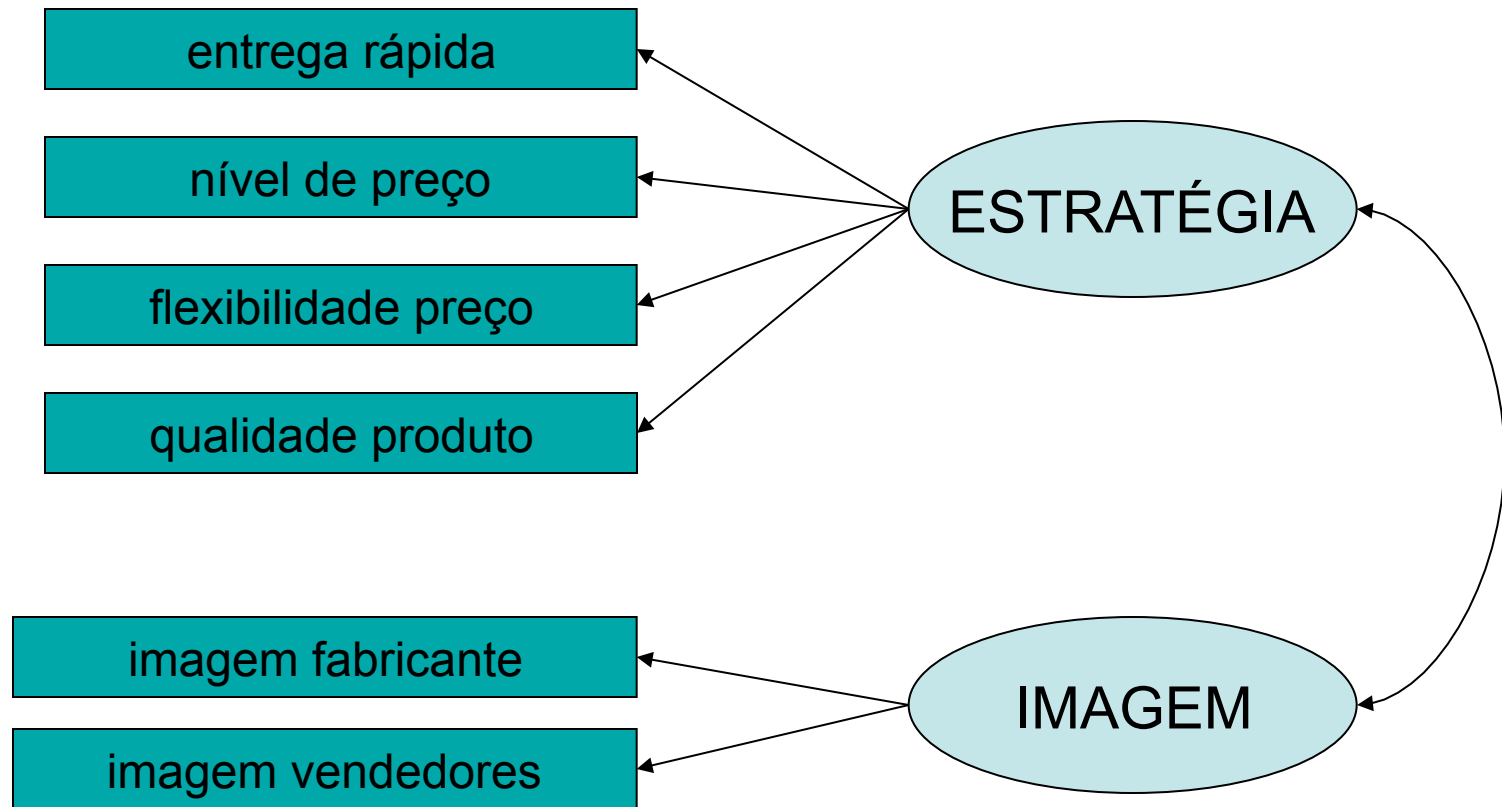
Variáveis endógenas: constructo ou variável que é dependente ou variável de saída de pelo menos uma relação causal. Num diagrama de caminho, as variáveis endógenas recebem pelo menos uma seta.

Modelo de Mensuração

- ➔ especifica como as variáveis latentes são mensuradas através das variáveis observadas (analogia: análise fatorial)
- ➔ razões de uso :
 - ⇒ dificuldade para medir o conceito diretamente
 - ⇒ atitudes, motivações, alegria

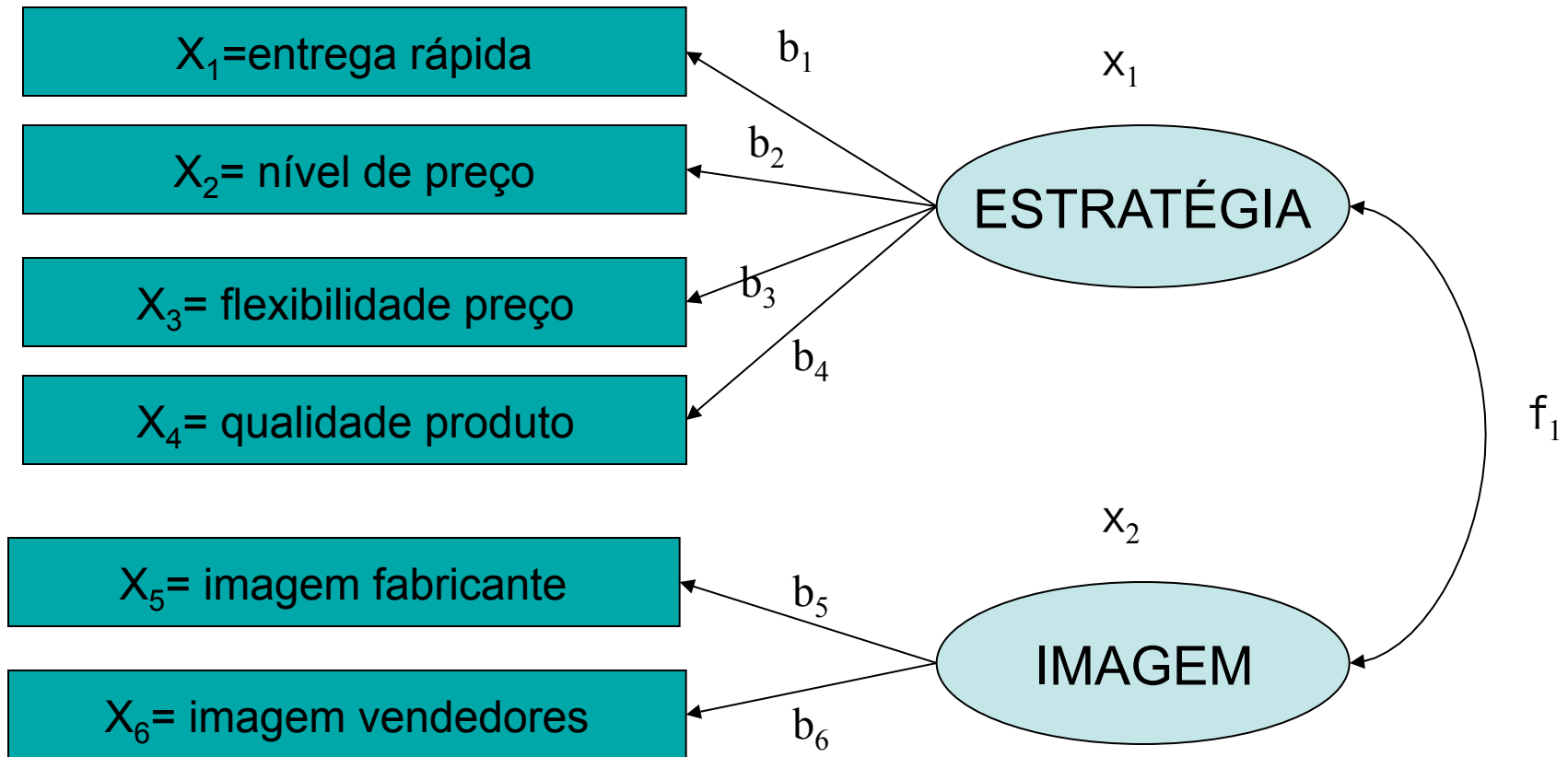
Exemplo 1

(análise fatorial confirmatória)



Exemplo 1

(análise fatorial confirmatória)



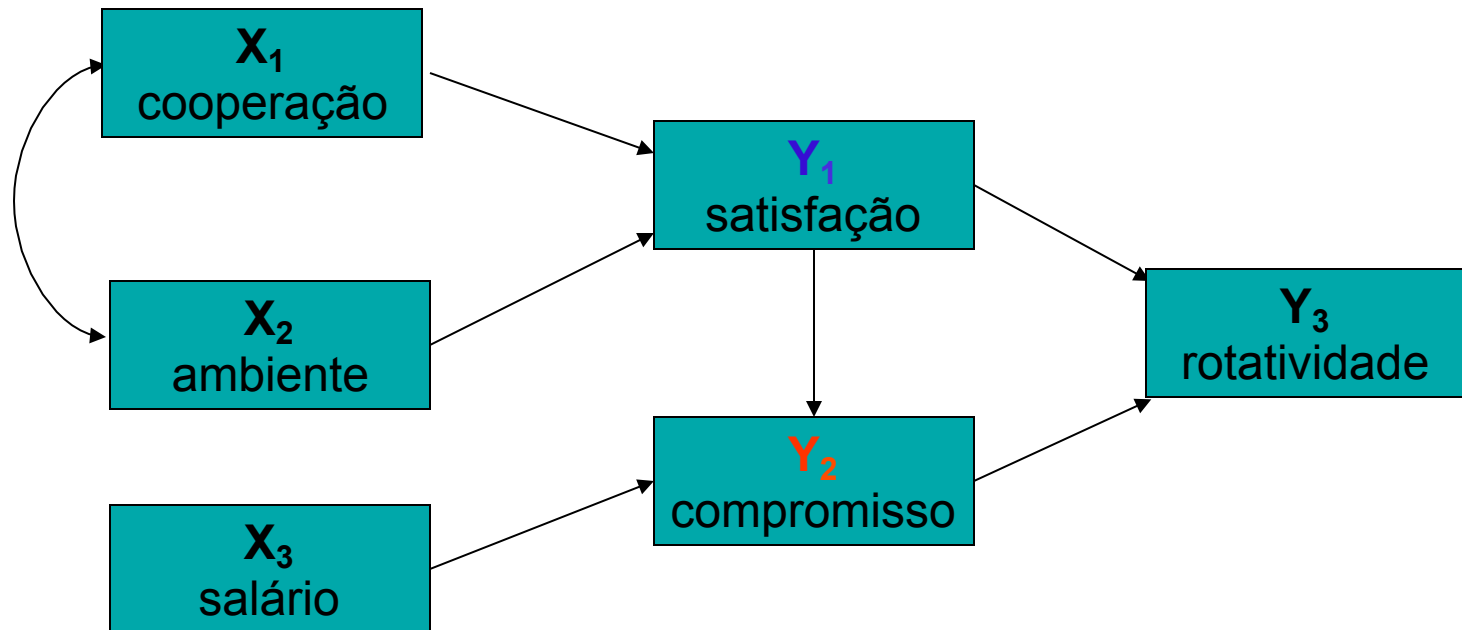
Exemplo 1 - Modelo proposto

Equações:

| Variáveis observadas | | Constructos | | Erro |
|----------------------|---|-------------|---|-------|
| X_1 | = | $b_1 X_1$ | + | d_1 |
| X_2 | = | $b_2 X_1$ | + | d_2 |
| X_3 | = | $b_3 X_1$ | + | d_3 |
| X_4 | = | $b_4 X_1$ | + | d_4 |
| X_5 | = | $b_5 X_2$ | + | d_5 |
| X_6 | = | $b_6 X_2$ | + | d_6 |

Correlação entre constructos exógenos: f_1

Exemplo 2 - Modelo Estrutural



$$Y_1 = \beta_{11}X_1 + \beta_{12}X_2 + \zeta_1$$

$$Y_2 = \theta_{21}Y_1 + \theta_{23}X_3 + \zeta_2$$

$$Y_3 = \theta_{31}Y_1 + \theta_{32}Y_2 + \zeta_3$$

Exemplo 3: Papel de limpeza

Verificar como os principais atributos de uma determinada marca de papel impactam na satisfação do cliente e, conseqüentemente, na sua fidelidade ao produto.

Latif, S. A. (2000). **Modelagem de Equações Estruturais**. Dissertação de Mestrado. IME-USP.

Planejamento do Estudo

Público alvo: Mulheres de classe sócio econômica A/B e idade entre 20 e 50 anos, usuárias de papel de limpeza no domicílio e residentes em Recife.

Discussões em grupo.

Principais atributos: maciez, brancura, espessura, resistência, abertura da embalagem e preço.

Teoria de Marketing

Aspectos ligados ao conceito da **marca**, **produto**, **preços/promoção** e **ponto de vendas** impactam na **satisfação** do consumidor o que, por sua vez, impacta em sua **fidelidade**.

Teoria de Marketing

Marca: X_1 : inovação e X_2 : tradição.

Produto: X_3 : maciez, X_4 : brancura, X_5 : espessura, X_6 : decoração, X_7 : resistência, X_8 : praticidade, X_9 : quantidade de rolos e X_{10} : metragem.

Preço: X_{11} : preço e X_{12} : promoções

Ponto de venda: X_{13} : localização, X_{14} : disponibilidade e X_{15} : atendimento

Atributos

- X_1 . inovação da marca
- X_2 . tradição da marca
- X_3 . maciez da folha
- X_4 . brancura da folha
- X_5 . espessura/rendimento da folha
- X_6 . decoração da folha
- X_7 . resistência da folha
- X_8 . praticidade da embalagem
- X_9 . quantidade de rolos no pacote
- X_{10} . metragem oferecida
- X_{11} . preço praticado
- X_{12} . promoções oferecidas
- X_{13} . facilidade de localização no ponto de venda
- X_{14} . disponibilidade do produto
- X_{15} . qualidade do atendimento

Definição das variáveis

- Notas de 0 a 10 expressando o **grau de satisfação** com 15 atributos.
- Nota de 0 a 10 expressando o **grau de satisfação global** com o produto.
- Nota de 0 a 10 expressando a **fidelidade ao produto**.

Coleta dos dados

- **Unidade amostral:** pessoa que costuma comprar papel de limpeza da marca em estudo.
- **Amostra por conveniência** em um grande supermercado de Recife.
- **Tamanho amostral:** 202 consumidoras

Objetivo / Problema

Associar satisfação com os atributos.

Modelo de regressão: y_1 : satisfação

$$y_1 = \beta_1 X_1 + \dots + \beta_{15} X_{15} + \varepsilon$$

Problema: Número excessivo de variáveis independentes

Objetivo / Problema

Fazer uma análise fatorial prévia e utilizar os fatores como variáveis independentes.

Deseja-se que a análise fatorial resulte em 4 fatores: **Marca**, **Produto**, **Preço** e **Ponto de Vendas**.

No entanto, não há garantias de que isso venha a acontecer

Análise Fatorial Exploratória (usual)

Modelo da análise fatorial usual:

$$X_1 = \lambda_{11} \xi_1 + \lambda_{12} \xi_2 + \lambda_{13} \xi_3 + \lambda_{14} \xi_4 + \delta_1$$

Fatores Comuns

↑
Erro
(especificidade)

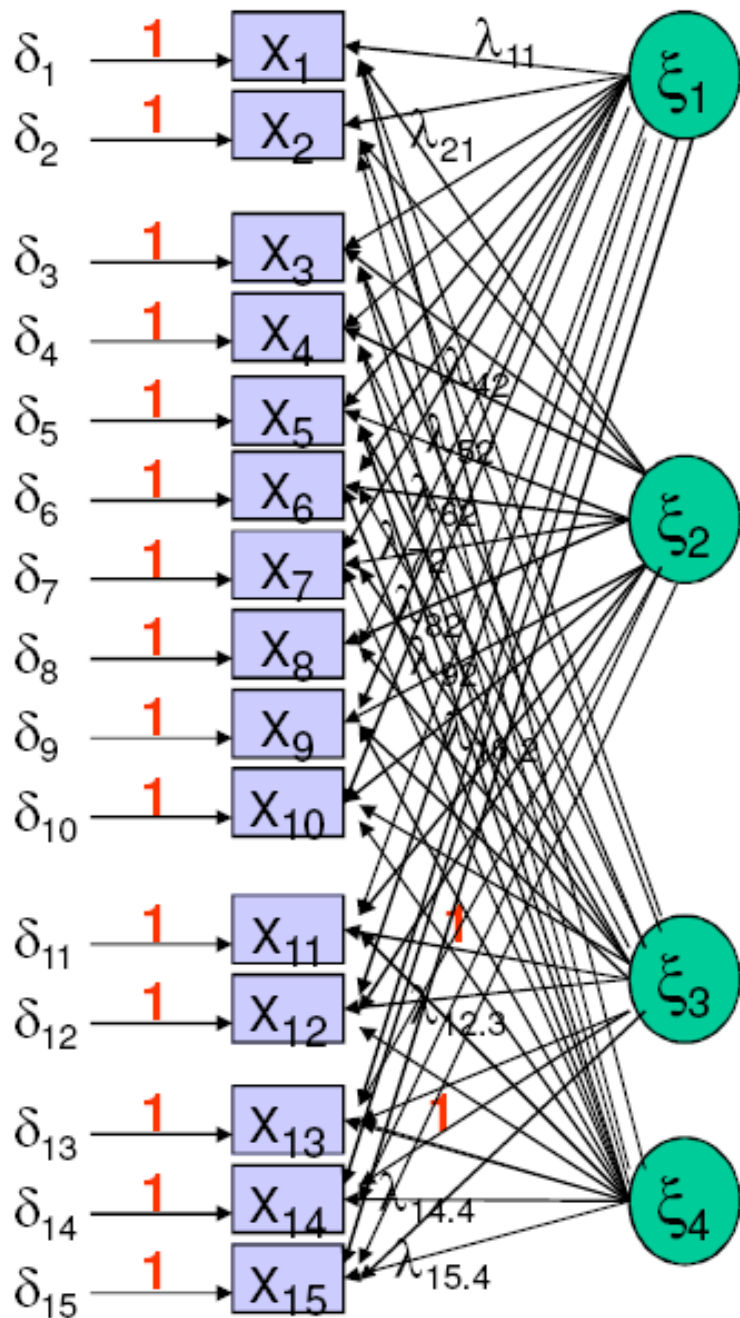


Diagrama de Caminho de uma Análise Fatorial Exploratória

Proposta inicial

Marca: X_1 : inovação e X_2 : tradição.

Produto: X_3 : maciez, X_4 : brancura, X_5 : espessura, X_6 : decoração, X_7 : resistência, X_8 : praticidade, X_9 : quantidade de rolos e X_{10} : metragem.

Preço: X_{11} : preço e X_{12} : promoções

Ponto de venda: X_{13} : localização, X_{14} : disponibilidade e X_{15} : atendimento

Modelo ideal

| | | | |
|----------------------------|---------------------------------|------------------------|-----------------|
| $X_1 = \lambda_{11} \xi_1$ | $\xi_1 = \text{Marca}$ | $+ \delta_1$ | |
| $X_2 = \lambda_{21} \xi_1$ | | $+ \delta_2$ | |
| $X_3 =$ | $\lambda_{32} \xi_2$ | $+ \delta_3$ | |
| $X_{10} =$ | $\lambda_{10 2} \xi_2$ | $+ \delta_{10}$ | |
| $X_{11} =$ | $\xi_3 = \text{Preço}$ | $\lambda_{11 3} \xi_3$ | $+ \delta_{11}$ |
| $X_{12} =$ | | $\lambda_{12 3} \xi_3$ | $+ \delta_{12}$ |
| $X_{13} =$ | $\xi_4 = \text{Ponto de venda}$ | $\lambda_{13 4} \xi_4$ | $+ \delta_{13}$ |
| $X_{15} =$ | | $\lambda_{15 4} \xi_4$ | $+ \delta_{15}$ |

Modelo ideal

Ao ajustar o modelo ideal temos uma análise fatorial confirmatória (caso particular de modelagem de equações estruturais).

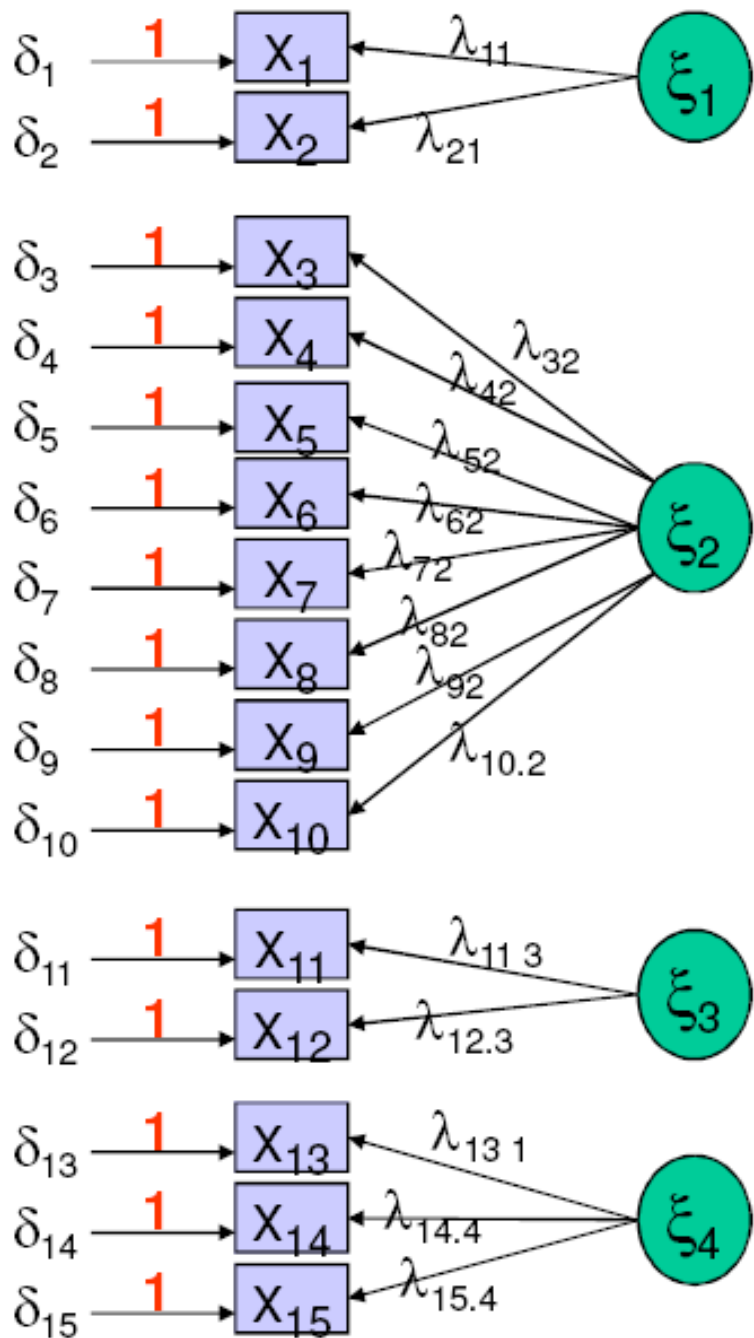


Diagrama de caminho de uma Análise Fatorial Confirmatória, com Fatores Independentes

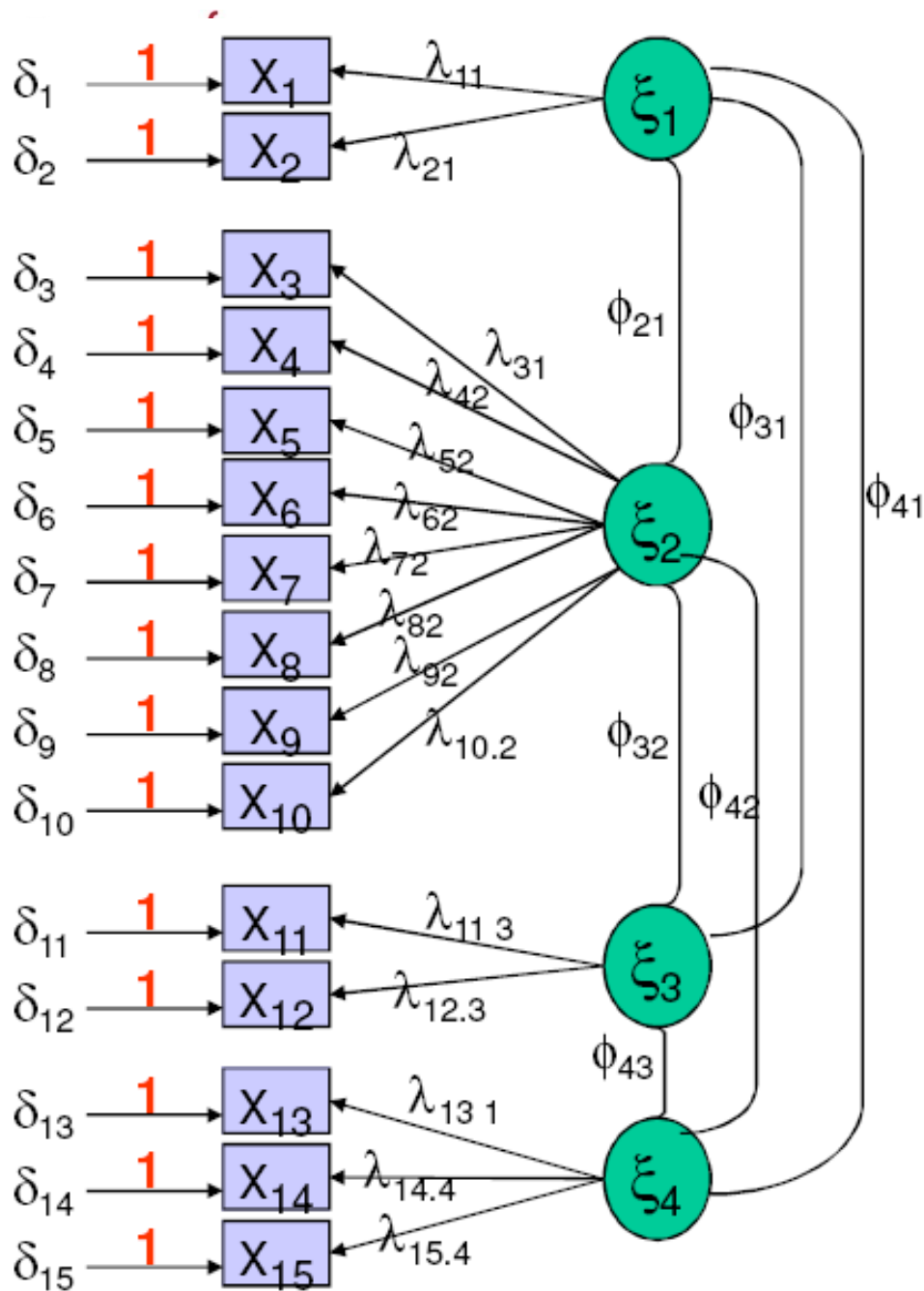


Diagrama de caminho de uma Análise Fatorial Confirmatória, com Fatores Dependentes

ϕ_{ij} : correlações

Equações geradas pelo diagrama de caminho (análise fatorial confirmatória)

$$X_1 = \xi_1 + \delta_1$$

$$X_2 = \lambda_{21} \xi_1 + \delta_2$$

$$X_3 = \xi_2 + \delta_3$$

$$X_4 = \lambda_{42} \xi_2 + \delta_4$$

$$X_5 = \lambda_{52} \xi_2 + \delta_5$$

$$X_6 = \lambda_{62} \xi_2 + \delta_6$$

$$X_7 = \lambda_{72} \xi_2 + \delta_7$$

$$X_8 = \lambda_{82} \xi_2 + \delta_8$$

$$X_9 = \lambda_{92} \xi_2 + \delta_9$$

$$X_{10} = \lambda_{10.2} \xi_2 + \delta_{10}$$

$$X_{11} = \lambda_{11.3} \xi_3 + \delta_{11}$$

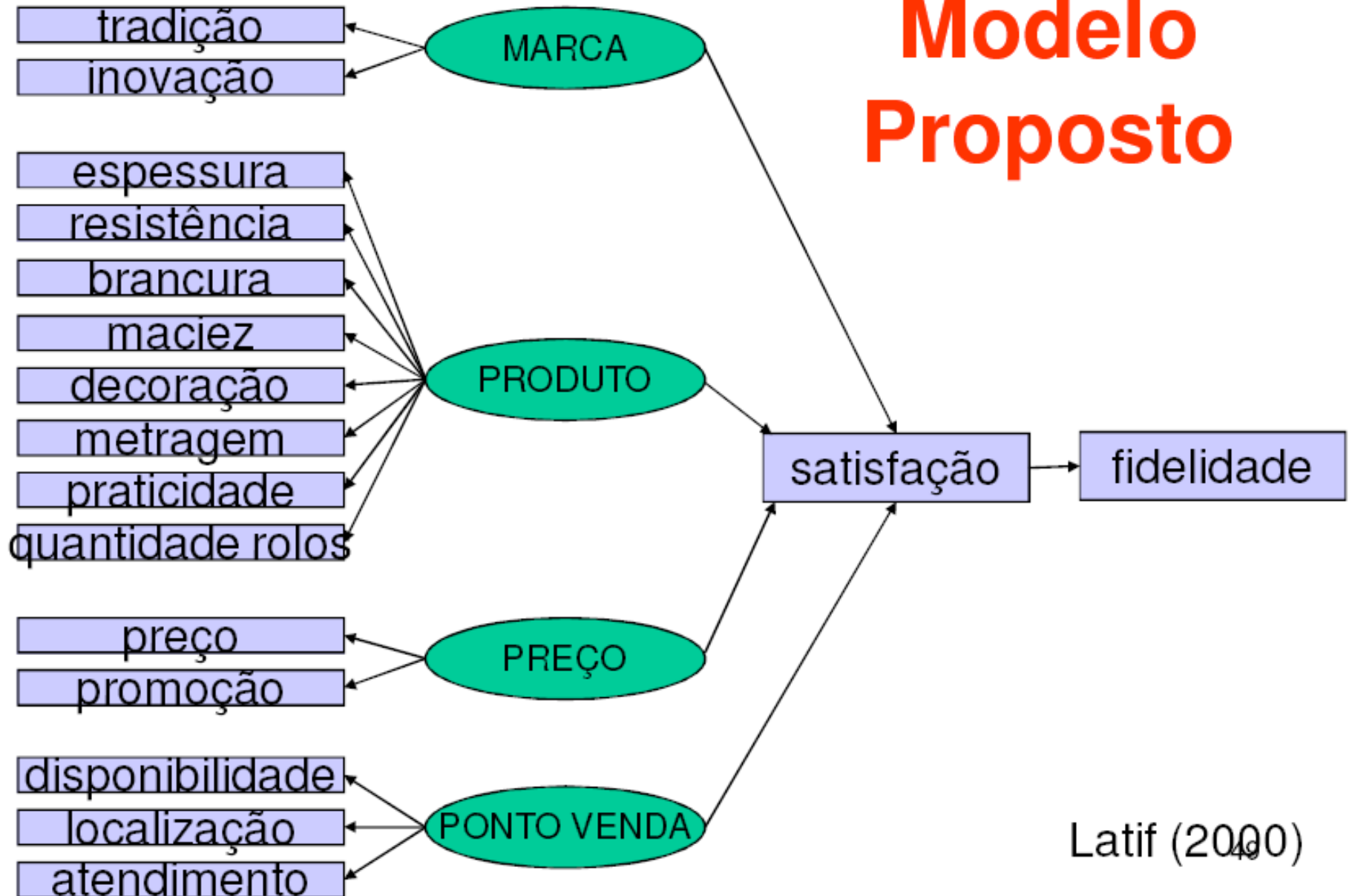
$$X_{12} = \lambda_{12.3} \xi_3 + \delta_{12}$$

$$X_{13} = \lambda_{13.4} \xi_4 + \delta_{13}$$

$$X_{14} = \lambda_{14.4} \xi_4 + \delta_{14}$$

$$X_{15} = \lambda_{15.4} \xi_4 + \delta_{15}$$

Modelo Proposto



Latif (2000)

Equações geradas pelo diagrama de caminho (Modelo de equações estruturais)

$$Y_1 = \gamma_{11}\xi_1 + \gamma_{12}\xi_2 + \gamma_{13}\xi_3 + \gamma_{14}\xi_4 + \zeta_1$$

$$Y_2 = \beta_{21}Y_1 + \zeta_2$$

$$X_1 = \xi_1 + \delta_1$$

$$X_2 = \lambda_{21}\xi_1 + \delta_2$$

$$X_3 = \xi_2 + \delta_3$$

$$X_4 = \lambda_{42}\xi_2 + \delta_4$$

$$X_5 = \lambda_{52}\xi_2 + \delta_5$$

$$X_6 = \lambda_{62}\xi_2 + \delta_6$$

$$X_7 = \lambda_{72}\xi_2 + \delta_7$$

$$X_8 = \lambda_{82}\xi_2 + \delta_8$$

$$X_9 = \lambda_{92}\xi_2 + \delta_9$$

$$X_{10} = \lambda_{10.2}\xi_2 + \delta_{10}$$

$$X_{11} = \lambda_{11.3}\xi_3 + \delta_{11}$$

$$X_{12} = \lambda_{12.3}\xi_3 + \delta_{12}$$

$$X_{13} = \lambda_{13.4}\xi_4 + \delta_{13}$$

$$X_{14} = \lambda_{14.4}\xi_4 + \delta_{14}$$

$$X_{15} = \lambda_{15.4}\xi_4 + \delta_{15}$$

Exemplo 4: Bebidas

- X1. A marca tem um sabor refrescante.
- X2. A prefiro essa marca por ter menos calorias.
- X3. A marca elimina minha sede imediatamente.
- X4. Gosto do sabor adocicado da marca.
- X5. Prefiro consumir a marca após atividade física, pois me dá energia.
- X6. Prefiro a marca pois vem numa embalagem que não agride o meio ambiente.
- X7. A marca tem minerais e vitaminas que mantêm baixa a necessidade de água de meu corpo.
- X8. A marca tem um sabor único.
- X9. A marca possui uma mistura de minerais e vitaminas que é saudável para o meu corpo.
- X10. Eu prefiro a marca quando estou com muita sede.

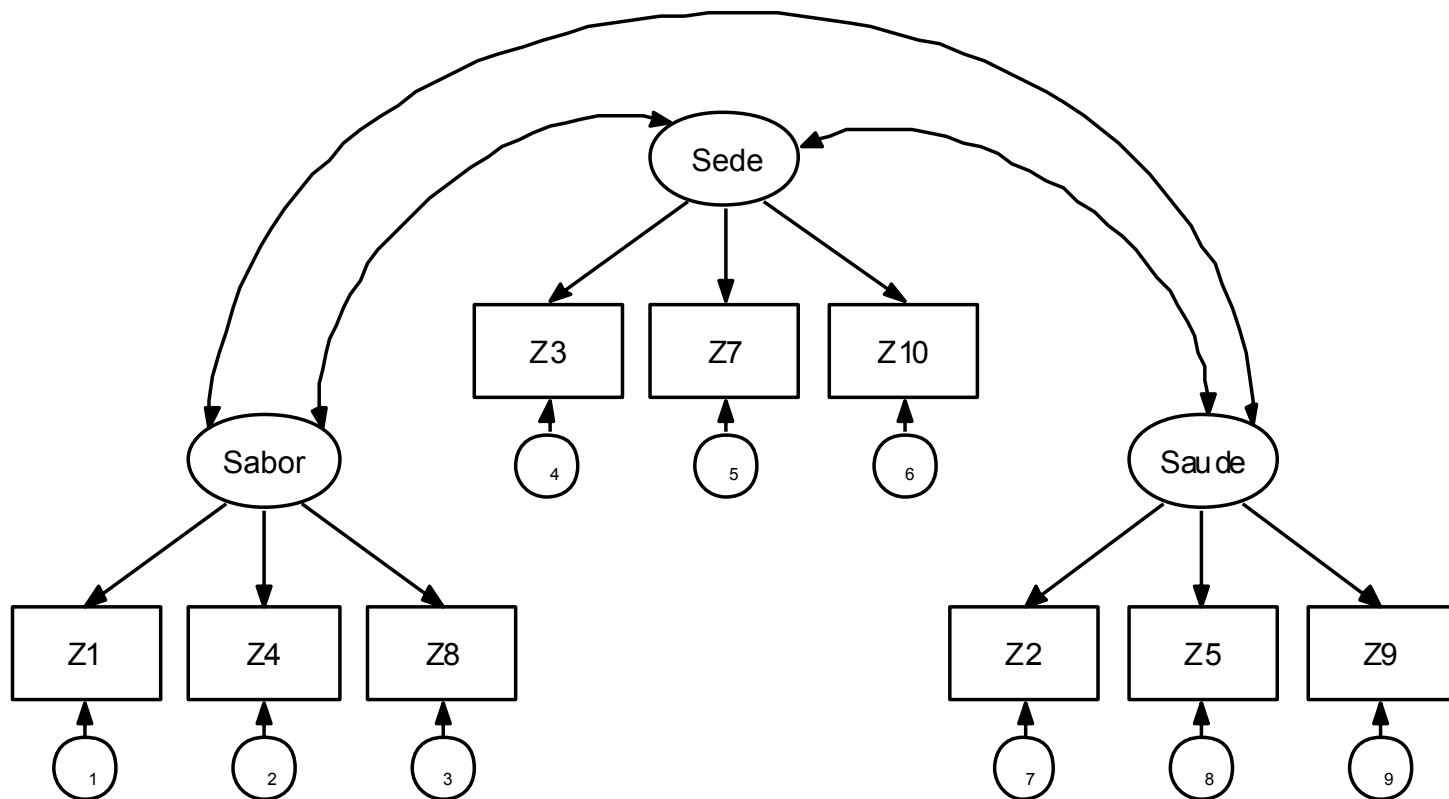
Modelo proposto

Fator 1 (Sabor): X1 (sabor refrescante), X4 (sabor adocicado) e X8 (sabor único).

Fator 2 (Sede): X3 (elimina a sede), X7 (minerais e vitaminas minimizam necessidade de água) e X10 (muita sede).

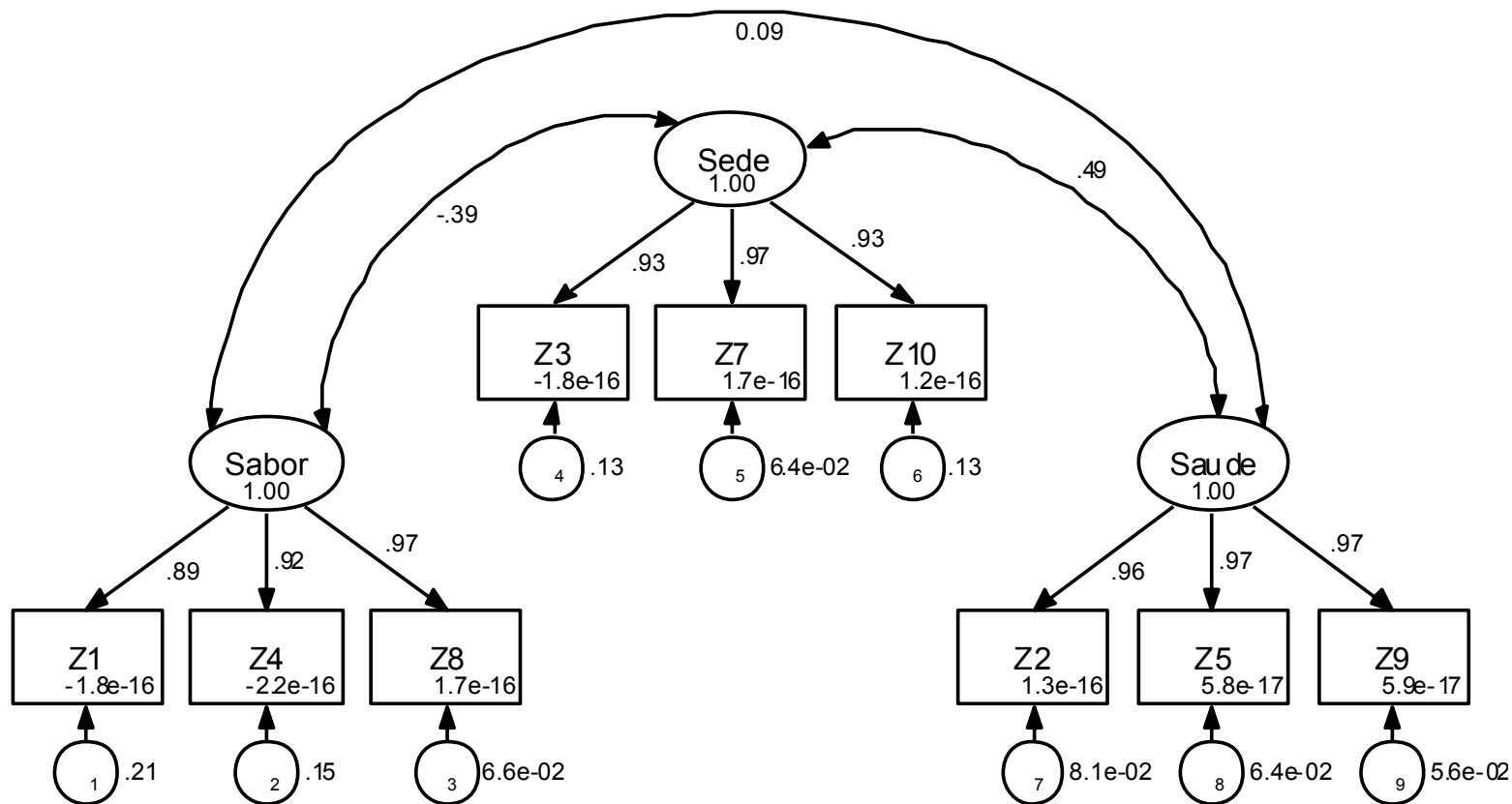
Fator 3 (Saúde): X2 (menos calorias), X5 (energia) e X9 (saudável)

Diagrama de caminho



Obs.: Entrar com as variáveis padronizadas: Z1, ..., Z10.

Diagrama de caminho com as estimativas dos parâmetros



Obs.: Usar estimativas padronizadas

AMOS

Amos: é um programa do SPSS que roda equações estruturais (é necessário ter o SPSS)

Obs: instalar versão demo contida na página

**[http://www.spss.com/downloads/
Papers.cfm?
ProductID=00001&Name=Amos](http://www.spss.com/downloads/Papers.cfm?ProductID=00001&Name=Amos)**

Pacote SEM do R

<http://help.pop.psu.edu/help-by-software-package/r-project/stat/sem/?searchterm=None>

Fox, J. (2006) Structural equation modeling with the sem package in R. *Structural Equation Modeling* **13**:465–486.

Raftery, A. E. (1993) Bayesian model selection in structural equation models. In Bollen, K. A. and Long, J. S. (eds.) *Testing Structural Equation Models*, Sage.

Raftery, A. E. (1995) Bayesian model selection in social research (with discussion). *Sociological Methodology* **25**, 111–196.