SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)

$$\phi_p(L)\Phi_P(L^S)\Delta^d\Delta_S^D y_t = \theta_q(L)\Theta_Q(L^S)\epsilon_t$$

onde

$$\begin{aligned}
\Delta^d &= (1-L)^d \\
\phi_p(L) &= 1-\phi_1 L-\phi_2 L^2-\cdots-\phi_p L^p \\
\theta_q(L) &= 1-\theta_1 L-\theta_2 L^2-\cdots-\theta_q L^q
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\Delta_S^D &= (1-L^S)^D \\
\Phi_p(L^S) &= 1-\Phi_1 L^S-\Phi_2 L^{2S}-\cdots-\Phi_p L^{PS} \\
\Theta_Q(L^S) &= 1-\theta_1 L^S-\theta_2 L^{2S}-\cdots-\Theta_Q L^{QS}
\end{aligned}$$

Reescrevendo o SARIMA(1,1,1)(1,1,1) no nível

Para dados mensais e sazonalidade anual ($S = 12$)

$$(1-\phi L)(1-\Phi L^{12})\Delta\Delta_{12} y_t = (1-\theta L)(1-\Theta L^{12})\epsilon_t$$

É fácil verificar que

$$\begin{aligned}
\Delta\Delta_{12} y_t &= y_t - y_{t-1} - y_{t-12} + y_{t-13} \\
(1-\phi L)(1-\Phi L^{12}) &= (1-\phi L - \Phi L^{12} + \phi\Phi L^{13}) \\
(1-\theta L)(1-\Theta L^{12}) &= (1-\theta L - \Theta L^{12} + \theta\Theta L^{13})
\end{aligned}$$

Portanto

$$\begin{aligned}
y_t &= (1+\phi) y_{t-1} - \phi y_{t-2} \\
&+ (1-\phi+\Phi) y_{t-12} - (1+\phi\Phi+\Phi) y_{t-13} + (1+\Phi)\phi y_{t-14} \\
&- \Phi y_{t-24} + (1+\phi)\Phi y_{t-25} - \phi\Phi y_{t-26} \\
&+ \epsilon_t - \theta\epsilon_{t-1} - \Theta\epsilon_{t-12} + \theta\Theta\epsilon_{t-13}
\end{aligned}$$

que é um ARMA(26,13) com várias restrições nos parâmetros.