

Aplicação

Uma famosa consultoria foi contratada por uma empresa que, entre outras coisas, gostaria de entender o processo gerador relacionado às vendas de determinado produto, Ainda, o contratante gostaria que a empresa de consultoria gerasse uma estimativa para as vendas do produto de interesse para o próximo mês, levando em consideração toda a informação disponível até a última data observada.

Resolução

A Figura 1, a seguir, apresenta o gráfico de linha da série temporal de interesse.

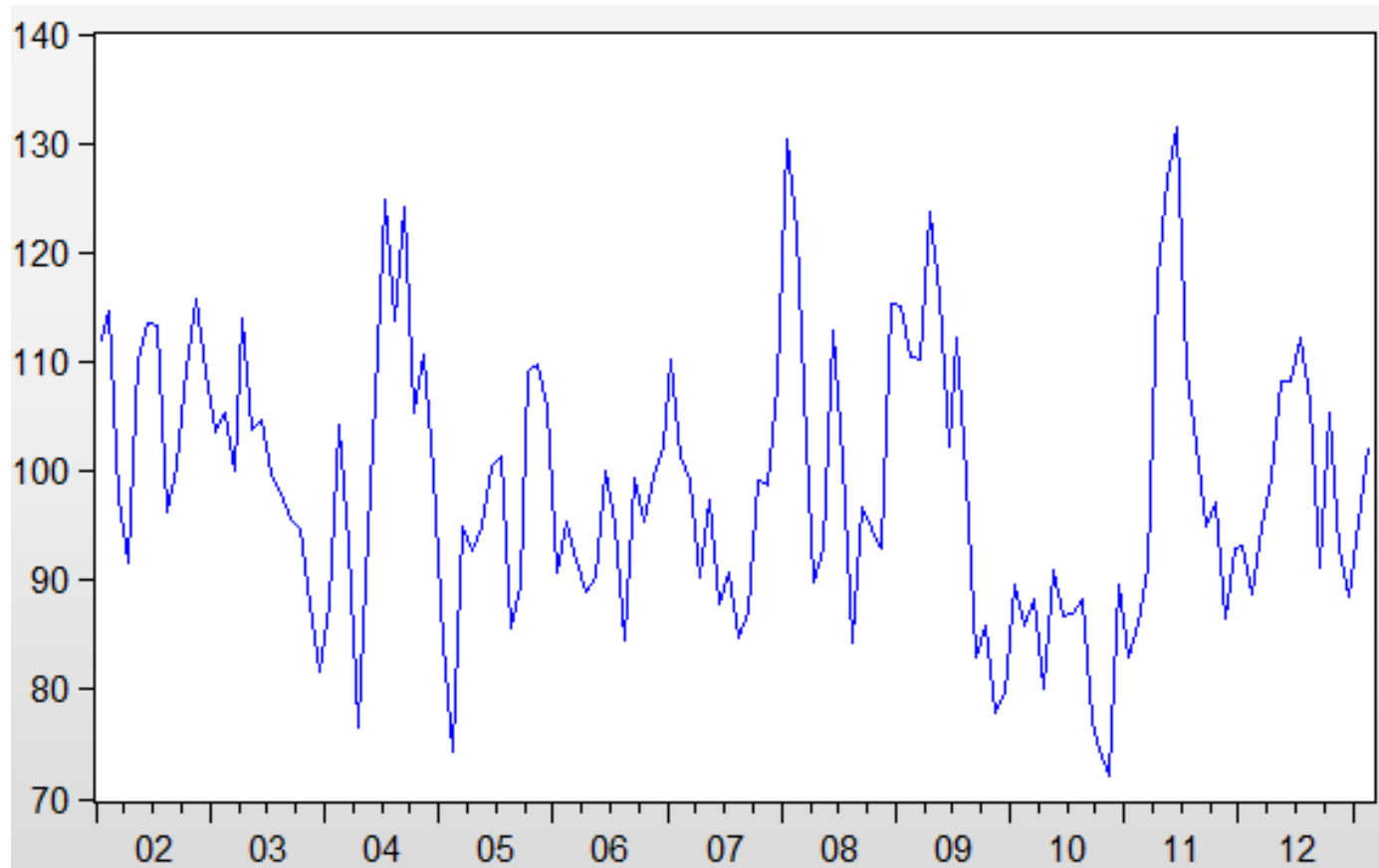


Figura 1 – Gráfico de linha das vendas do produto, no período de jan/2002 a fev/2013.

Resolução

O consultor notou que a série parecia não apresentar variância estável ao longo do tempo. Dessa maneira, ele resolveu trabalhar com a série transformada via logaritmo natural.

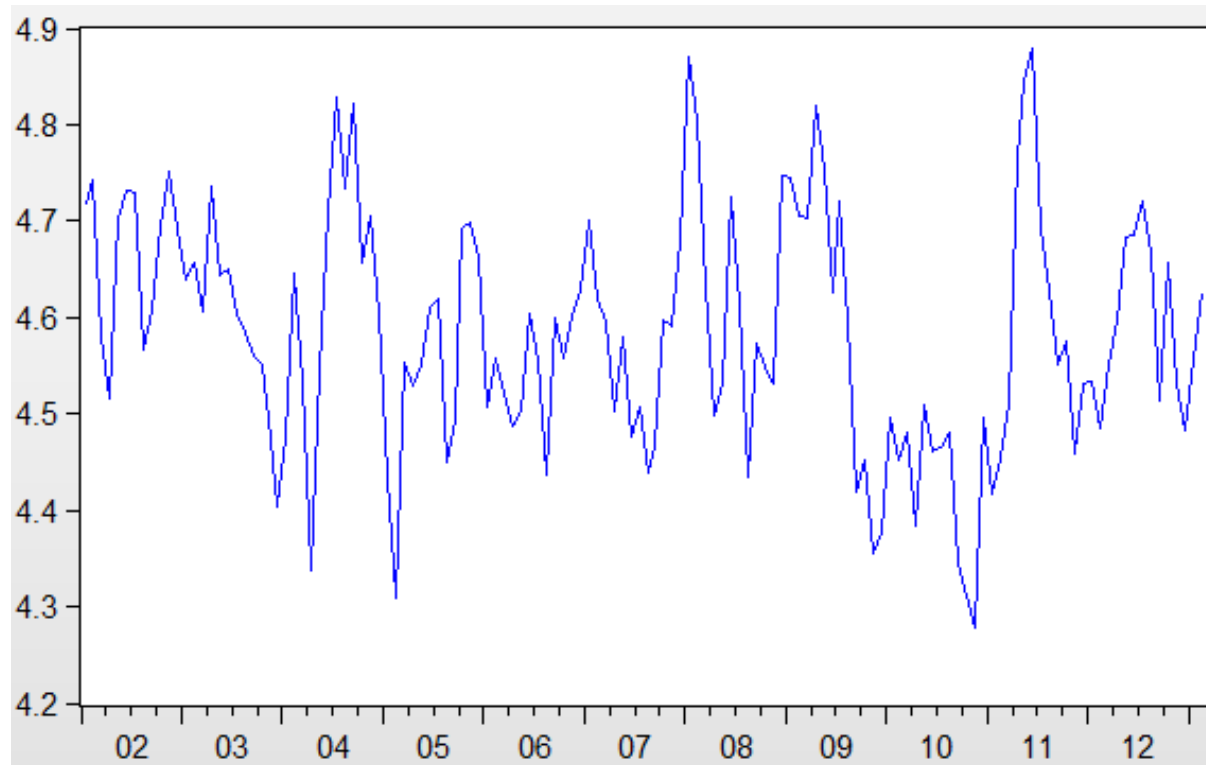


Figura 2 – Gráfico de linha do $\ln(\text{vendas do produto})$, no período de jan/2002 a fev/2013.

Resolução

Ainda, o consultor realizou um teste ADF, partindo da equação (7), uma vez que, da análise da Figura 2, o consultor não notou a necessidade de inclusão de um termo determinístico ligado à tendência. Assim, avaliando os resultados do Quadro 1, notamos que não existem evidências de que a série de interesse apresente uma raiz unitária.

Null Hypothesis: LOG(X) has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-5.332380	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3.480038	
5% level	-2.883239	
10% level	-2.578420	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LOG(X))
Method: Least Squares
Date: 03/19/14 Time: 11:41
Sample (adjusted): 2002M02 2013M02
Included observations: 133 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LOG(X(-1))	-0.352606	0.066125	-5.332380	0.0000
C	1.615446	0.303188	5.328191	0.0000
R-squared	0.178345	Mean dependent var		-0.000687
Adjusted R-squared	0.172073	S.D. dependent var		0.103247
S.E. of regression	0.093945	Akaike info criterion		-1.877285
Sum squared resid	1.156169	Schwarz criterion		-1.833821
Log likelihood	126.8394	Hannan-Quinn criter.		-1.859623
F-statistic	28.43428	Durbin-Watson stat		1.857947
Prob(F-statistic)	0.000000			

Quadro 1 – Resultados do teste ADF para a série do ln(vendas do produto).

Resolução

A Figura 3 apresenta o correlograma da série.

Sample: 2002M01 2013M02

Included observations: 134

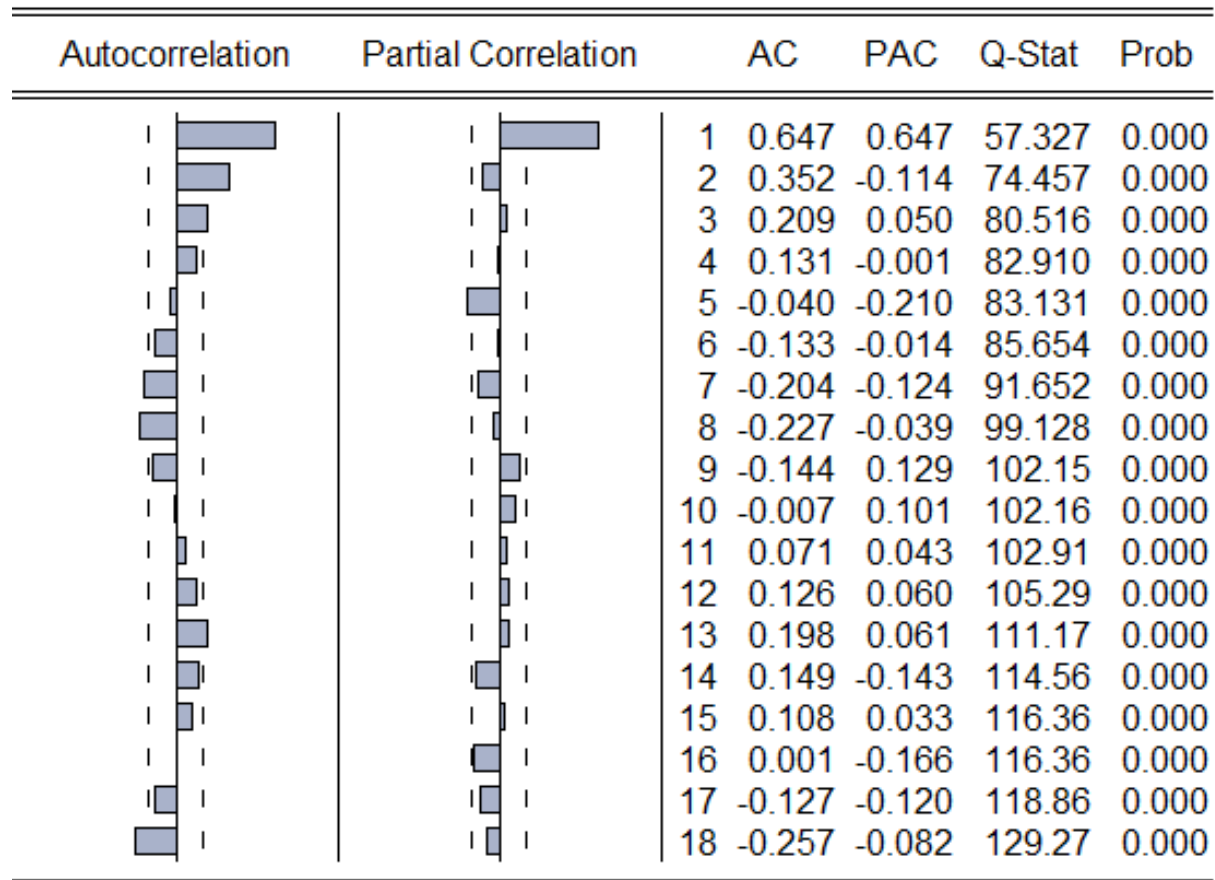


Figura 3 – Correlograma da série In(vendas do produto).

Resolução

Como a FAC da série decai exponencialmente e a FACP é truncada no lag 1, então o ideal seria propor um modelo AR(1) para a série temporal x_t .

Ainda, pela Figura 2, podemos notar que a série não oscila em torno do valor zero. Dessa forma, deveríamos acrescentar uma constante ao modelo proposto. Assim, via software Eviews, chegamos ao seguinte

quadro:

Dependent Variable: LOG(X)
Method: Least Squares
Date: 03/19/14 Time: 11:40
Sample (adjusted): 2002M02 2013M02
Included observations: 133 after adjustments
Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.581444	0.023105	198.2846	0.0000
AR(1)	0.647394	0.066125	9.790383	0.0000
R-squared	0.422530	Mean dependent var	4.582705	
Adjusted R-squared	0.418122	S.D. dependent var	0.123157	
S.E. of regression	0.093945	Akaike info criterion	-1.877285	
Sum squared resid	1.156169	Schwarz criterion	-1.833821	
Log likelihood	126.8394	Hannan-Quinn criter.	-1.859623	
F-statistic	95.85160	Durbin-Watson stat	1.857947	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Inverted AR Roots	.65			









































Resolução

Como diagnóstico, foi gerado o correlograma dos resíduos, cujo padrão é apresentado na figura abaixo:

Sample: 2002M02 2013M02

Included observations: 133

Q-statistic probabilities adjusted for 1 ARMA term(s)

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.067	0.067	0.6139	
		2	-0.081	-0.086	1.5165	0.218
		3	-0.023	-0.011	1.5892	0.452
		4	0.111	0.108	3.3169	0.345
		5	-0.101	-0.123	4.7455	0.314
		6	-0.063	-0.030	5.3076	0.380
		7	-0.087	-0.094	6.3750	0.383
		8	-0.172	-0.193	10.631	0.156
		9	-0.103	-0.075	12.159	0.144
		10	0.056	0.032	12.624	0.180
		11	0.042	0.020	12.884	0.230
		12	0.010	0.032	12.900	0.300
		13	0.172	0.168	17.349	0.137
		14	0.026	-0.045	17.453	0.179
		15	0.083	0.087	18.499	0.185
		16	0.025	-0.014	18.593	0.233
		17	-0.027	-0.087	18.709	0.284
		18	-0.193	-0.151	24.553	0.105
		19	-0.077	-0.066	25.492	0.112
		20	-0.032	-0.020	25.654	0.140

Resultado: o erro do modelo proposto é um ruído branco!

Resolução

Assim sendo, utilizando os resultados do quadro abaixo

Dependent Variable: LOG(X)
Method: Least Squares
Date: 03/19/14 Time: 11:40
Sample (adjusted): 2002M02 2013M02
Included observations: 133 after adjustments
Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.581444	0.023105	198.2846	0.0000
AR(1)	0.647394	0.066125	9.790383	0.0000

R-squared	0.422530	Mean dependent var	4.582705
Adjusted R-squared	0.418122	S.D. dependent var	0.123157
S.E. of regression	0.093945	Akaike info criterion	-1.877285
Sum squared resid	1.156169	Schwarz criterion	-1.833821
Log likelihood	126.8394	Hannan-Quinn criter.	-1.859623
F-statistic	95.85160	Durbin-Watson stat	1.857947
Prob(F-statistic)	0.000000		

Inverted AR Roots	.65
-------------------	-----

o modelo estimado fica escrito como

$$\ln(x_t) = 1,615 + 0,647 \ln(x_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Agora precisamos aprender as ferramentas para gerar as previsões...

Previsão via Modelos ARIMA

Aula 05

Enders (2010, 2. ed.) – Capítulo 2.9

Morettin (2011, 2. ed.) – Seção 3.5

Morettin e Toloi, 2006 – Capítulo 9

Introdução

Considere que

$$X_t \sim \text{ARIMA}(p, d, q)$$

dado por:

$$X_t = \alpha_0 + \varphi_1 X_{t-1} + \dots + \varphi_{p+d} X_{t-(p+d)} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (1)$$

em que

$$\varphi(L) = 1 - \varphi_1 L - \varphi_2 L^2 - \dots - \varphi_{p+d} L^{p+d}$$

$$\varphi(L) = \phi(L) \Delta^d = (1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p) (1 - L)^d$$

$$\theta(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$$

Introdução

Aqui, o nosso interesse será o de prever o valor de X_{T+h} , usando o modelo ARIMA, tendo informações disponíveis até o instante T .

Ou seja, gostaríamos de gerar conhecimento para a série temporal de interesse, com origem no instante de tempo T (última observação coletada), h passos à frente, $h = 1, 2, 3 \dots$

Introdução

Prova-se que a previsão de Erro Quadrático Médio Mínimo (EQMM) é dada pela esperança condicional de X_{T+h} dado o passado da série (X_T, X_{T-1}, \dots) .

Ou seja o valor previsto para X_{T+h} , $h = 1, 2, 3 \dots$, será gerado calculando-se

$$E(X_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) \quad (2)$$

Introdução

Para a notação não ficar muito carregada, adotaremos a seguinte simbologia:

$$E(X_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) = E(X_{T+h} | \mathfrak{F}_T)$$

em que

$$\mathfrak{F}_T = \{X_T, X_{T-1}, \dots\}.$$

Voltando a (1), não é difícil observar que X_{T+h} será dado por:

$$X_{T+h} = \alpha_0 + \varphi_1 X_{T+h-1} + \dots + \varphi_{p+d} X_{T+h-(p+d)} + \varepsilon_{T+h} - \theta_1 \varepsilon_{T+h-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{T+h-q} \quad (3)$$

Introdução

Ainda, tomando a esperança condicional dos dois lados da igualdade em (3), vem que

$$E(X_{T+h}|\mathfrak{F}_T) = E(\alpha_0 + \varphi_1 X_{T+h-1} + \cdots + \varphi_{p+d} X_{T+h-(p+d)} + \varepsilon_{T+h} - \theta_1 \varepsilon_{T+h-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{T+h-1} | \mathfrak{F}_T)$$

Das propriedades da esperança, vem que

$$E(X_{T+h}|\mathfrak{F}_T) = \alpha_0 + \varphi_1 E(X_{T+h-1}|\mathfrak{F}_T) + \cdots + \varphi_{p+d} E(X_{T+h-(p+d)}|\mathfrak{F}_T) + \\ + E(\varepsilon_{T+h}|\mathfrak{F}_T) - \theta_1 E(\varepsilon_{T+h-1}|\mathfrak{F}_T) - \cdots - \theta_q E(\varepsilon_{T+h-q}|\mathfrak{F}_T)$$

Introdução

Para calcularmos as previsões usamos os fatos:

$$(a) E(X_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \begin{cases} X_{T+h}, & \text{se } h \leq 0 \\ \hat{X}_T(h), & \text{se } h > 0 \end{cases}$$

e

$$(b) E(\varepsilon_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \begin{cases} \varepsilon_{T+h}, & \text{se } h \leq 0 \\ 0, & \text{se } h > 0 \end{cases}$$

Exemplo 01

Suponha que $X_t \sim \text{AR}(1)$, dado por:

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Como $t = 1, 2, \dots, T$, não é difícil perceber que a equação anterior, para a última observação da série fica dada por

$$X_T = \phi_0 + \phi_1 X_{T-1} + \varepsilon_T.$$

Do resultado anterior vem que

$$X_{T+h} = \phi_0 + \phi_1 X_{T+h-1} + \varepsilon_{T+h}.$$

Exemplo 01 (continuação)

Assim, aplicando o operador esperança condicional na equação anterior, vem que:

$$E(X_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \phi_0 + \phi_1 E(X_{T+h-1} | X_T, X_{T-1}, \dots) + E(\varepsilon_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

Para $h = 1$, temos

$$E(X_{T+1} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \phi_0 + \phi_1 E(X_T | X_T, X_{T-1}, \dots) + E(\varepsilon_{T+1} | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

Da expressão anterior e utilizando os resultados do *slide 15*, chegamos a:

$$\hat{X}_T(1) = \phi_0 + \phi_1 X_T.$$

Exemplo 01 (continuação)

Para $h = 2$, temos

$$E(X_{T+2} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \phi_0 + \phi_1 E(X_{T+1} | X_T, X_{T-1}, \dots) + E(\varepsilon_{T+2} | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

e, utilizando os resultados do *slide 15*, chegamos a:

$$\hat{X}_T(2) = \phi_0 + \phi_1 \hat{X}_T(1)$$

Para $h = 3$, temos

$$E(X_{T+3} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \phi_0 + \phi_1 E(X_{T+2} | X_T, X_{T-1}, \dots) + E(\varepsilon_{T+3} | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

e, utilizando os resultados do *slide 15*, chegamos a:

$$\hat{X}_T(3) = \phi_0 + \phi_1 \hat{X}_T(2)$$

Exemplo 01 (continuação)

Não é difícil notar que, para $h \geq 2$, temos

$$E(X_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \phi_0 + \phi_1 E(X_{T+h-1} | X_T, X_{T-1}, \dots) + E(\varepsilon_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

e, utilizando os resultados do *slide* 15, chegamos a:

$$\hat{X}_T(h) = \phi_0 + \phi_1 \hat{X}_T(h-1)$$

Erro de Previsão e Variância do Erro de Previsão

O erro de previsão h passos à frente é definido como

$$e_T(h) = y_{T+h} - \hat{y}_T(h)$$

Ainda, a variância do erro de previsão é dada por

$$\text{Var}_y[e_T(h)] = \sigma_\varepsilon^2 \left(1 + \psi_1^2 + \dots + \psi_{h-1}^2 \right)$$

em que

ψ_j – são pesos conhecidos como função de transferência.

Erro de Previsão e Variância do Erro de Previsão

Observação

Como σ_ε^2 costuma ser desconhecido, o substituímos por sua estimativa, que pode ser obtida, por exemplo, a partir da expressão

$$\widehat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{SSR}{n - (p + q + 1)}$$

Intervalo de Confiança da previsão para X_{T+h}

Caso você tenha modelado a série de interesse no nível, prova-se que o intervalo de confiança, com $100\gamma\%$ de confiança, para X_{T+h} , é dado por

$$\hat{X}_T(h) - z_\gamma \{Var_X[e_T(h)]\}^{1/2} \leq X_{T+h} \leq \hat{X}_T(h) + z_\gamma \{Var_X[e_T(h)]\}^{1/2}$$

Exercício 1

(Adaptado da ANPEC2008 – Q15)

Suponha que

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + u_t$$

em que

$$u_t \sim NID(0, \sigma^2).$$

Sabe-se que $\alpha = 35$, $\beta = 3/5$. Você é informado de que $y_2 = 50$. Determine a melhor previsão para y_4 . Ainda, calcule a variância do erro de previsão e obtenha um intervalo com 95% de confiança. Para tanto, admita que $\sigma^2 = 2$.

Exercício 2

Baseando-se nos resultados do Exercício 1 e lembrando que

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + u_t$$

em que

$$u_t \sim NID(0, \sigma^2).$$

com $\alpha = 35$, $\beta = 3/5$ e $\sigma^2 = 2$, atualize a previsão para y_4 , levando em consideração que $y_3 = 60$.

Atualização das Previsões

A atualização da previsão é dada pela seguinte expressão:

$$\hat{y}_{T+1}(h) = \hat{y}_T(h+1) + \psi_h \varepsilon_{T+1}$$

ou seja, a previsão de y_{T+h+1} , feita no instante T , pode ser atualizada quando um novo dado, y_{T+1} , é observado.

Deste modo, faremos a previsão de y_{T+h+1} , na origem $T+1$, adicionando-se à $\hat{y}_T(h+1)$ um múltiplo do erro

$$\varepsilon_{T+1} = y_{T+1} - \hat{y}_T(1)$$

Voltando ao Exercício 2

Baseando-se nos resultados do Exercício 1 e lembrando que

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + u_t$$

em que

$$u_t \sim NID(0, \sigma^2).$$

com $\alpha = 35$, $\beta = 3/5$ e $\sigma^2 = 2$, atualize a previsão para y_4 , levando em consideração que $y_3 = 60$.

Exemplo 02

Suponha o modelo MA(1),

$$X_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}, t = 1, 2, 3, \dots, T$$

em que

$$E(X_t) = \theta_0$$

$$\varepsilon_t \sim RB(0, \sigma^2)$$

Encontre as previsões para a série de interesse, com origem em T, num horizonte $h = 1, 2, 3$. Ainda, calcule o variância do erro de previsão associado.

Exemplo 02 (continuação)

Para obtermos as previsões com origem em T e horizonte h, escrevemos

$$X_{T+h} = \theta_0 + \varepsilon_{T+h} - \theta_1 \varepsilon_{T+h-1}$$

Aplicando o operador esperança condicional, vem que

$$E(X_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \theta_0 + E(\varepsilon_{T+h} | X_T, X_{T-1}, \dots) - \theta_1 E(\varepsilon_{T+h-1} | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

Para h = 1, temos

$$E(X_{T+1} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \theta_0 + E(\varepsilon_{T+1} | X_T, X_{T-1}, \dots) - \theta_1 E(\varepsilon_T | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

e, utilizando os resultados do *slide 15*, chegamos a:

$$\hat{X}_T(1) = \theta_0 - \theta_1 \varepsilon_T.$$

Observação: O valor de ε_T é calculado recursivamente.

Exemplo 02 (continuação)

Ainda, o erro de previsão um passo à frente é dado por

$$e_T(1) = X_{T+1} - \hat{X}_T(1) = \varepsilon_{T+1}$$

e, portanto,

$$\text{Var}[e_T(1)] = \sigma_\varepsilon^2.$$

Já, para $h = 2$, temos

$$E(X_{T+2} | X_T, X_{T-1}, \dots) = \theta_0 + E(\varepsilon_{T+2} | X_T, X_{T-1}, \dots) - \theta_1 E(\varepsilon_{T+1} | X_T, X_{T-1}, \dots)$$

e, utilizando os resultados do *slide* 15, chegamos a:

$$\hat{X}_T(2) = \theta_0.$$

Exemplo 02 (continuação)

Aqui, o erro de previsão a dois passos é dado por

$$e_T(2) = X_{T+2} - \hat{X}_T(2) = \varepsilon_{T+2} - \theta_1 \varepsilon_{T+1}$$

e, portanto,

$$\text{Var}[e_T(2)] = \sigma_\varepsilon^2 (1 + \theta_1^2).$$

que é maior do que a variância do erro de previsão a um passo.

Exemplo 02 (continuação)

Vemos, portanto, que para um processo MA(1), a previsão a dois passos é igual à média do processo.

De modo geral, para um MA(1),

$$\hat{X}_T(h) = \theta_0$$

para $h \geq 2$.

Já, para um modelo MA(q), a previsão

$$\hat{X}_T(h)$$

será igual à média do processo após *q-ésimo* passo.

Exercício 3

Suponha que o log-retorno de um ativo siga o modelo MA(1)

$$r_t = a_t - 0,2a_{t-1}, \quad \sigma_a = 0,025.$$

Suponha que $a_{100} = 0,01$.

- Calcule as previsões a 1, 2 e 3 passos à frente, com origem em $T = 100$.
- De (a), calcule os desvios padrões associados aos erros de previsões.

Transformações e Previsões

Suponha que

$$y_t = \log_e(X_t)$$

Para obtermos as previsões para X_{T+h} basta calcularmos

$$\hat{X}_T(h) = \exp\{\hat{y}_T(h) + 0,5Var_y[e_T(h)]\}$$

em que

$Var_y[e_T(h)]$ – variância do erro de previsão de y .

sob a suposição de que os choques sejam ruídos brancos gaussianos.

Transformações e Previsões

Ainda, sob a suposição de que os choques do modelo são ruídos brancos gaussianos, calculamos a variância do erro de previsão para X_{T+h} via:

$$Var_x [e_T(h)] = \exp\{2\hat{y}_T(h) + Var_y[e_T(h)]\} (\exp[Var_y(e_T(h))] - 1)$$

em que

$Var_y[e_T(h)]$ – variância do erro de previsão de y .

Transformações e Previsões

Para o caso em que

$$y_t = \log_e (X_t)$$

prova-se que o intervalo de confiança, com $100\gamma\%$ de confiança, para o valor de X_{T+h} , é dado por

$$\left(e^{\hat{y}_T(h) - z_\gamma \{Var_y[e_T(h)]\}^{1/2}} ; e^{\hat{y}_T(h) + z_\gamma \{Var_y[e_T(h)]\}^{1/2}} \right)$$

LEIA: Seção 9.6, “Transformações e previsões”, pág. 232 a 234, do livro de Morettin e Tolo (2006).

Voltando à Aplicação

Sabemos que o modelo estimado é dado por

$$\ln(x_t) = 1,615 + 0,647 \ln(x_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Apenas para facilitar a análise, vamos adotar a seguinte notação:

$$y_t = \ln(x_t)$$

Dessa forma, o modelo estimado ficará reescrito como

$$y_t = 1,615 + 0,647 y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Voltando à Aplicação

Sabemos que $T = 134$ (observação realizada em fev/2013). Assim, não é difícil perceber que a equação anterior, para a última observação da série ficará dada por

$$y_T = 1,615 + 0,647 y_{T-1} + \varepsilon_T$$

Ainda, do resultado anterior, somando h passos, teremos que

$$y_{T+h} = 1,615 + 0,647 y_{T-1+h} + \varepsilon_{T+h}$$

Voltando à Aplicação

Aplicando o operador esperança condicional teremos

$$E(y_{T+h} | \mathfrak{F}_T) = 1,615 + 0,647E(y_{T+h-1} | \mathfrak{F}_T) + E(\varepsilon_{T+h} | \mathfrak{F}_T)$$

Para $h = 1$, temos

$$E(y_{T+1} | \mathfrak{F}_T) = 1,615 + 0,647E(y_T | \mathfrak{F}_T) + E(\varepsilon_{T+1} | \mathfrak{F}_T)$$

Da expressão anterior e utilizando os resultados do *slide 15*, chegamos a:

$$\hat{y}_T(1) = 1,615 + 0,647y_T$$

Voltando à Aplicação

Da base de dados, temos que

$$y_T = 4,627$$

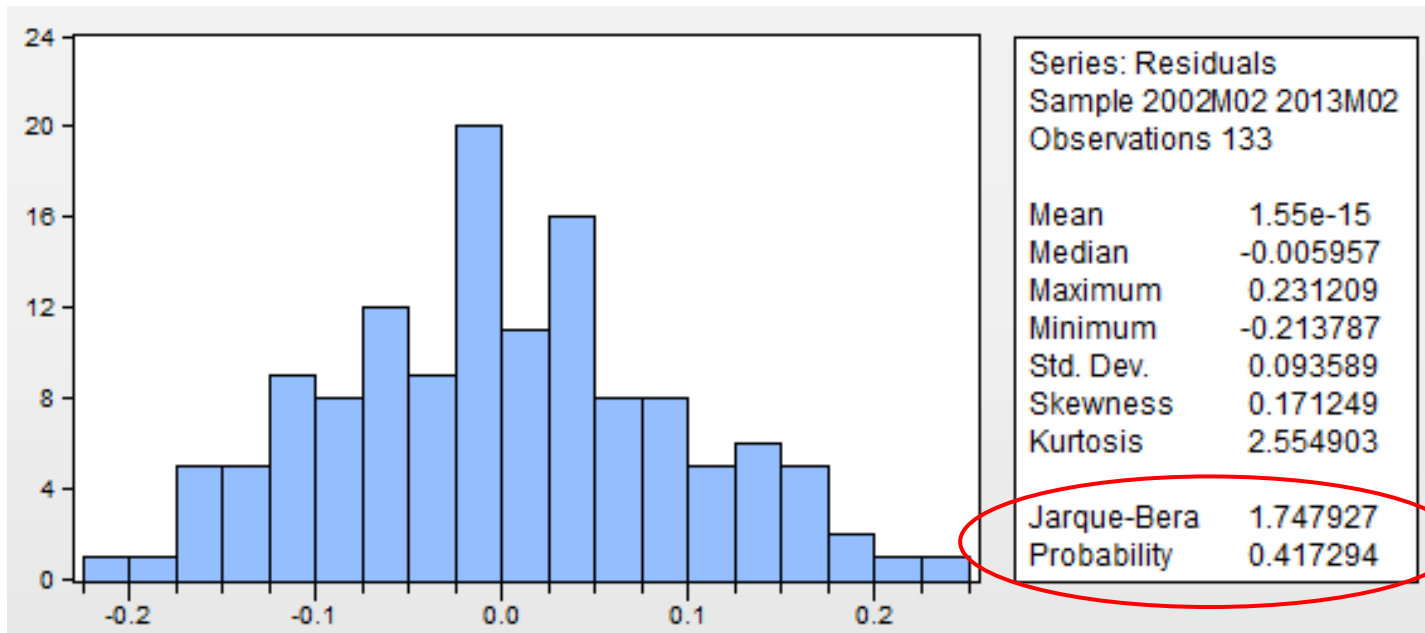
Portanto, o valor previsto para $\ln(\text{vendas do produto})$ em março de 2013, tendo toda a informação disponível até fev/2013 será dado por

$$\hat{y}_T(1) = 1,615 + 0,647 \times 4,627 = 4,609$$

Todavia o **nosso interesse está em prever as vendas**. Assim sendo, precisaremos buscar resultados teóricos vistos nos slides 33 e 34.

Voltando à Aplicação

A seguir temos um resumo estatístico dos resíduos associados ao modelo de interesse:



Não é difícil observar que a série de erros pode ser considerada, via análise de resíduos, um ruído branco gaussiano (teste JB).

Voltando à Aplicação

Baseando-se no resultado apresentado no *slide* anterior, associado ao resultado descrito no *slide* 33, temos que

$$\hat{y}_T(1) = \exp\{\hat{x}_T(1) + 0,5Var_x[e_T(1)]\}$$

Ainda, como

$$\hat{x}_T(1) = 4,609$$

$$e \quad \widehat{Var_x[e_T(1)]} = (0,093945)^2$$

Dessa forma,

$$\hat{y}_T(1) = \exp\{4,609 + 0,5(0,093945)^2\} = 100,82$$

Observação 1

Na prática, como usamos o modelo estimado para fazer as previsões, é usual “esconder” algumas observações e, após fazer as previsões com a informação disponível, gerar as seguintes estatísticas:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{h=1}^H e_T^2(h)}{H}}$$

$$MAE = \frac{\sum_{h=1}^H |e_T(h)|}{H}$$

$$MAPE = \frac{\sum_{h=1}^H \left| \frac{e_T(h)}{X_{T+h}} \right|}{H}$$

que são bastante úteis na escolha do modelo final.

Observação 2

No Eviews:

a) **Previsão Dinâmica** – previsão com origem fixa (extrapolação);

b) **Previsão Estática** – previsão feita incorporando $T+1$, $T+2$, ... (previsão um passo à frente ou atualização das previsões).
Útil para acompanhar (monitorar) as previsões. Na previsão em $T+2$ troco o valor previsto em $T+1$ pelo valor efetivamente observado em $T+1$.

Aplicação Prática (Para o LAR)

Escolha alguma série temporal entre aquelas que poderiam ser escolhidas no Problema Aplicado I, discutido em HEB I, e faça o que for pedido:

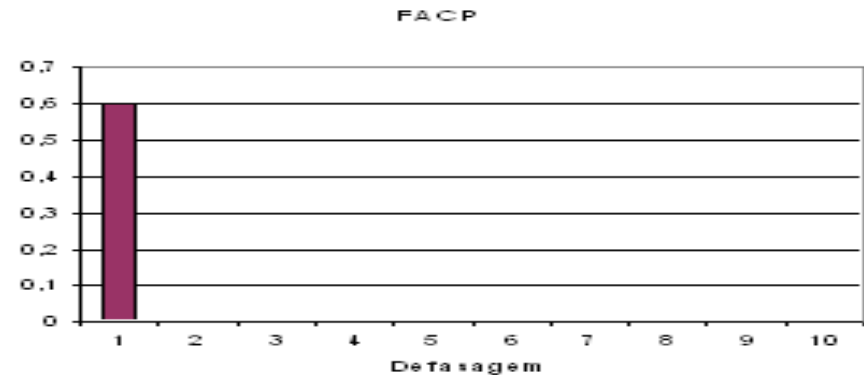
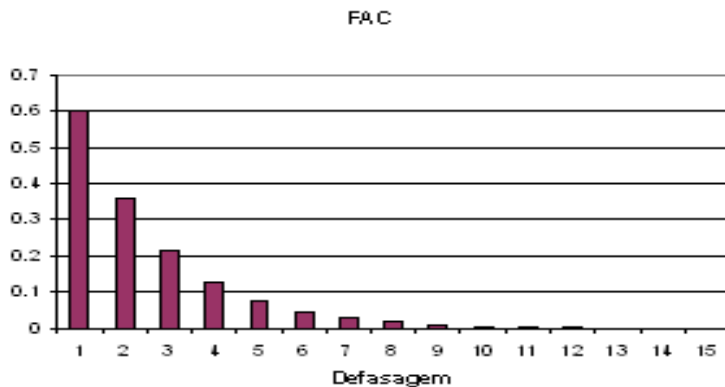
- (a) um teste de raiz unitária;**
- (b) estimação de um modelo da classe ARIMA(p, d, q);**
- (c) uma análise completa dos resíduos;**
- (d) previsões para os dois próximos períodos, com origem na última observação considerada na estimação, além da construção do IC, com 95% de confiança. Finalmente, apresente os resultados num gráfico de linha e comente.**

Exercícios

Exercício 4

(ANPEC2006 – Q15)

Uma série temporal Y_t , $t = 1, \dots, T$, foi gerada por um processo da classe $ARIMA(p, d, q)$ e apresenta os seguintes formatos para a Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP):



Supondo que a média da série seja 100 e que $Y_{T-3} = 35$, $Y_{T-2} = 28$, $Y_{T-1} = 38$ e $Y_T = 30$, calcule a previsão para Y_{T+1} feita no instante T , isto é $E(Y_{T+1} | Y_T, Y_{T-1}, Y_{T-2}, Y_{T-3}, \dots)$.

Exercício 5

Considerando que X_t possa ser modelada pelo processo AR(1), a seguir:

$$X_t = \phi_0 + \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t.$$

calcule o erro de previsão e a variância associada ao erro de previsão, com origem em T , para $h = 1, 2, 3...$

Exercício 6 (ANPEC2007 – Q03)

Considere o modelo autorregressivo de primeira ordem, AR(1), definido por

$$Y_t = a + bY_{t-1} + u_t$$

em que

a e b são parâmetros; e

$\{u_t\}$ é uma sequência de variáveis aleatórias independentes e igualmente distribuídas, com média nula e variância σ^2 .

Exercício 6 (cont.)

Suponha que $|b| < 1$. Sendo assim, a previsão n passos à frente para a variável Y convergirá para:

- (0) a .
- (1) a média de u_t .
- (2) $a/(1-b)$.
- (3) $E(Y_t)$.
- (4) ∞ .

Justifique sua resposta.