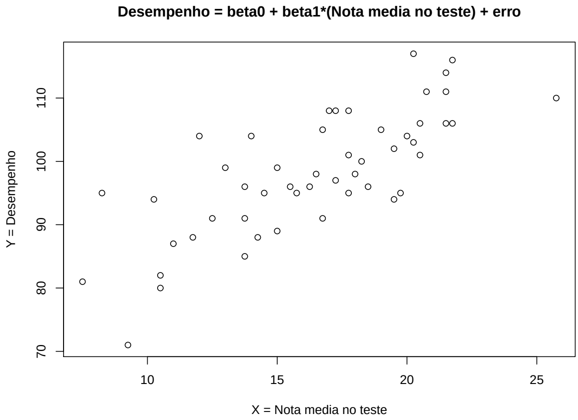
ECONOMETRIA: MINIMIZANDO $S(\beta_0, \beta_1)$

Hedibert Freitas Lopes

Fevereiro 2014

Modelo de regressão linear simples

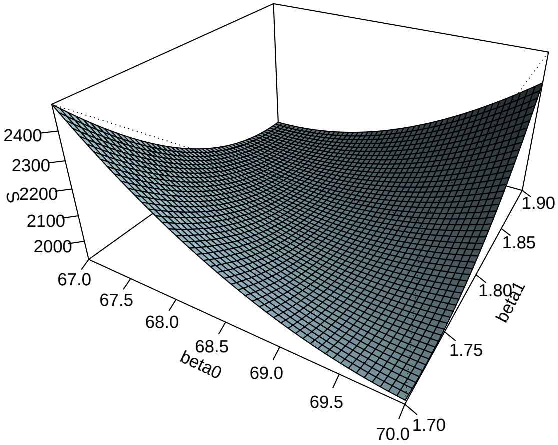
Dados: y e x são “escore de desempenho” e “nota média” nos testes de $n = 50$ funcionários de uma empresa fictícia.



Modelo: $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$

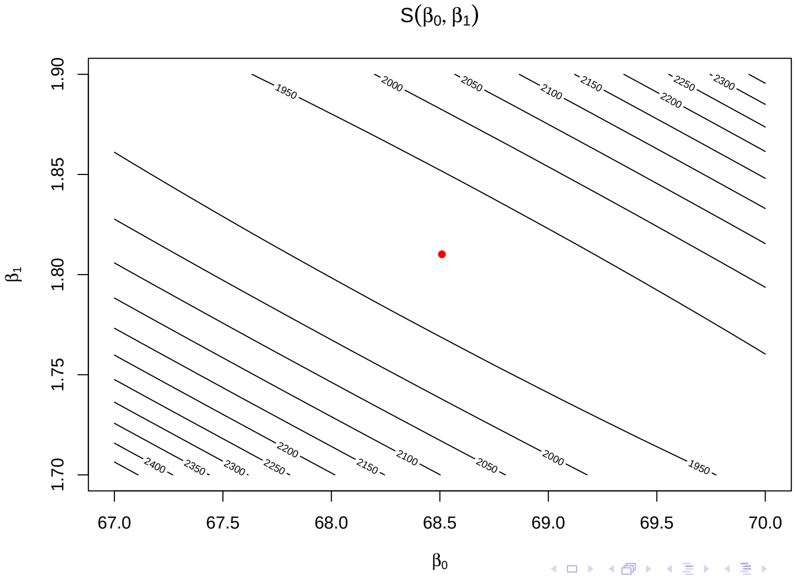
$S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2$

O objetivo é encontrar (b_0, b_1) que minimize a função $S(\beta_0, \beta_1)$.



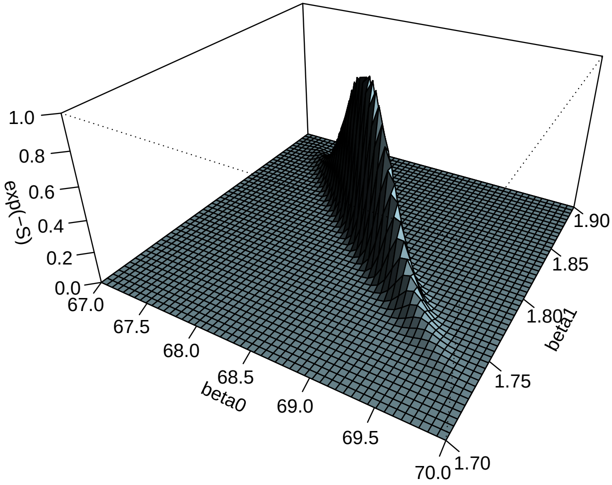
Lembrete: A solução (b_0, b_1) é também denotadoa por $(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1)$.

Curvas de níveis da função S

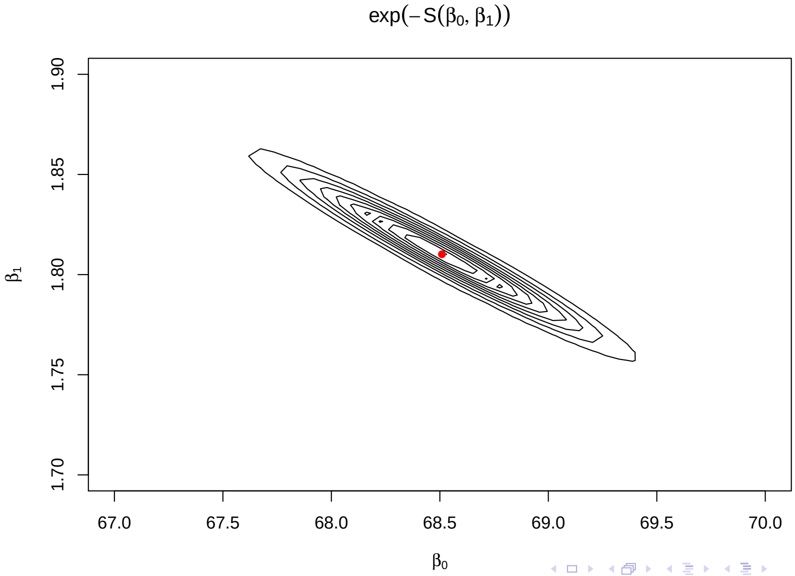


Função $L(\beta_0, \beta_1) = \exp\{-S(\beta_0, \beta_1)\}$

Minimizar a função S é equivalente a maximizar a função L.



Curvas de níveis da função L



Solução

Para β_0 e β_1 irrestritos e contínuos, é fácil mostrar (agora é fácil, não é?) que o par

$$b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x} \quad e \quad b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

minimiza $S(\beta_0, \beta_1)$ (ou maximiza $L(\beta_0, \beta_1)$).

O par (b_0, b_1) é a solução de *Mínimos Quadrados Ordinários* ou "estimativa" de MQO de (β_0, β_1) no modelo de regressão linear simples.

Numericamente,

$$(b_0, b_1) = (68.509723, 1.810063) \quad \text{e} \quad S(b_0, b_1) = 1925.269$$

e a "reta" ajustada é

$$\widehat{desempenho} = 68.51 + 1.81(\text{nota média}).$$